

CAPÍTULO 5. ACÚSTICA

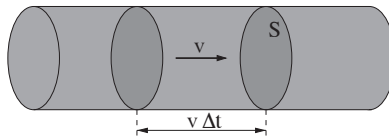
Con este tema completamos nuestro estudio de las ondas. En primer lugar, definimos la intensidad y proporcionamos expresiones para ella en los casos de ondas armónicas y esféricas. En segundo lugar, introducimos el concepto de impedancia acústica, lo que nos permite enunciar las leyes de transmisión y reflexión de una onda sonora al cambiar de medio. Finalmente, estudiamos el nivel sonoro y la sensación auditiva.

5.1. Intensidad de una onda de sonido armónica

En una onda mecánica (como las ondas de sonido) no hay flujo neto de materia; lo que se propaga es el estado del movimiento y, por tanto, la energía. Para estudiar el flujo de energía se define la *intensidad* I de la onda como la cantidad de energía que pasa, en la unidad de tiempo, por la unidad de superficie perpendicular a la dirección de propagación de la onda. La unidad de intensidad de la onda en el SI es 1 W/m^2 .

Supongamos que el medio es la zona cilíndrica de la figura 5.1. Consideremos cuánta energía de las partículas del medio ha atravesado la superficie circular pintada a la derecha, de área S , en un intervalo de tiempo Δt . En ese tiempo, sólo la perturbación de las partículas situadas a una distancia menor que $v \Delta t$ ha podido llegar a la superficie de la derecha, donde v es la velocidad de fase de la onda. El número de estas partículas es igual al

Figura 5.1. Medio cilíndrico por el que se propaga una onda con velocidad v .



número n de partículas por unidad de volumen del medio multiplicado por el volumen entre las superficies circulares pintadas en la figura, esto es,

$$N = n(Sv\Delta t).$$

Si cada una de estas partículas tiene una energía E_{part} que puede ser transportada, la energía total que atraviesa la superficie circular de la derecha es

$$E = NE_{part} = n(Sv\Delta t)E_{part}.$$

La intensidad de la onda es esta energía dividida por el área S de la superficie circular y por el intervalo de tiempo Δt en que hemos calculado el flujo de energía, es decir,

$$I = nvE_{part}$$

Para continuar, supongamos que estamos en el caso de una *onda armónica*. Cada partícula realiza un movimiento armónico simple de amplitud A y su energía es

$$E_{part} = \frac{1}{2} m \omega^2 A^2.$$

Con esto, la intensidad resulta

$$I = \frac{1}{2} n m \omega^2 A^2 v.$$

Como n es el número de partículas del medio por unidad de volumen y m es la masa de cada partícula, el producto nm es igual a la densidad de masa ρ_0 del medio sin perturbar (en ausencia de sonido). Llegamos así al resultado

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 v. \quad (5.1)$$

Ejemplo 5.1.1 Calculemos la intensidad sonora cerca de un altavoz, admitiendo que el sonido producido lo podemos aproximar por una onda armónica. Las moléculas oscilan con una amplitud de 10^{-2} mm y una frecuencia de 1 kHz. Tomemos la densidad del aire sin perturbar $\rho_0 = 1,3$ kg/m³ y la velocidad del sonido $v = 340$ m/s.

Sol. Para usar la fórmula (5.1) de la intensidad, calculemos primero la frecuencia angular:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10^3 = 2000\pi \text{ rad / s.}$$

Así,

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 v = \frac{1}{2} \cdot 1,3 \cdot (2000\pi)^2 \cdot 10^{-10} \cdot 340 = 0,872 \text{ W / m}^2.$$

En la práctica, es muy común que exista un foco de perturbación a partir del cual la onda se propaga en todas las direcciones. Si el medio es isótropo, los frentes de onda son entonces superficies esféricas con centro en el foco, y las ondas generadas se llaman *ondas esféricas*. En ausencia de amortiguamiento, cada frente de onda recibe la misma energía y, por tanto, también la misma *potencia* P , que es la energía recibida por unidad de tiempo,

$$P = \frac{E}{t}.$$

Dado que la intensidad de la onda es la energía recibida en cada frente por unidad de tiempo y por unidad de superficie, es también la potencia por unidad de superficie,

$$I = \frac{P}{S}.$$

Como la potencia P es igual en todos los frentes de onda (si no hay amortiguamiento), resulta que la intensidad en un frente a distancia r del foco

$$I = \frac{P}{4\pi r^2}, \quad (5.2)$$

de manera que va decreciendo con la distancia al cuadrado en las ondas esféricas. Hemos visto antes que la intensidad era proporcional al cuadrado de la amplitud A de la onda, así que esto implica que la propia amplitud en una onda esférica ha de decrecer con la distancia al foco en la forma $A(r) = \text{constante}/r$.

Ejemplo 5.1.2 La fórmula (5.2) la podemos usar también para calcular la potencia de una onda esférica, conocida la intensidad a una distancia conocida del foco. Supongamos, por ejemplo, un foco puntual emitiendo ondas sonoras de modo que, a 10 m de distancia, la intensidad del sonido es de $2 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$. Calculemos la potencia P que emite el foco, así como la intensidad a 20 m del foco.

Sol. Usando el resultado (5.2) con los datos proporcionados:

$$P = 4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi \cdot 10^2 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \approx 2,51 \text{ W}.$$

Con este valor conocido de P podemos calcular la intensidad en cualquier otro punto del espacio, aunque no es necesario calcular de forma explícita su valor. Para un punto que está a $r_2 = 20$ m del foco, la intensidad es

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2} = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1 = \frac{10^2}{20^2} 2 \cdot 10^{-3} = 5 \cdot 10^{-4} \text{ W / m}^2$$

En la segunda igualdad hemos usado que $P = 4\pi r_1^2 I_1$. De forma alternativa, podríamos haber sustituido el valor de P , ya calculado, y el de r_2 tras la primera igualdad.

5.2. Impedancia acústica y transmisión del sonido

Hemos visto que la *intensidad* de las ondas sonoras armónicas está dada por

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 v,$$

donde A es la amplitud de la onda de desplazamiento. Para un fluido, donde la velocidad del sonido es $v = \sqrt{K / \rho_0}$, esto se puede escribir como

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 \sqrt{\frac{K}{\rho_0}} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \sqrt{\rho_0 K},$$

y para una varilla sólida, $v = \sqrt{E / \rho_0}$, tenemos

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 \sqrt{\frac{E}{\rho_0}} = \frac{1}{2} \omega^2 A^2 \sqrt{\rho_0 E}.$$

El sonido, como todo movimiento oscilatorio, es absorbido por el medio, que transforma la energía perdida por la onda en energía interna a través de calor, disminuyendo la intensidad sonora. En general, la absorción crece con la frecuencia y decrece con la densidad del medio. Así, los gases absorben el sonido más que los líquidos, y éstos más que los sólidos. Vamos a ignorar en lo que sigue esta absorción.

Veamos cómo escribir la intensidad del sonido de otra forma, más compacta y útil para analizar el comportamiento del sonido al cambiar de medio. Para ello, nos centramos en la propagación en un medio fluido, aunque el resultado será

válido también para sólidos. Vimos en el tema anterior que una onda sonora armónica plana de desplazamiento se escribía como

$$\Delta x(x, t) = A \sin(kx - \omega t + \phi_0).$$

La velocidad de vibración de las partículas del medio debido a esta onda es

$$v_{\text{vib}}(x, t) = \frac{\partial(\Delta x)}{\partial t} = -A\omega \cos(kx - \omega t + \phi_0),$$

cuya amplitud es

$$v_{\text{vib}, \text{max}} = A\omega.$$

Por otro lado, como la velocidad del sonido en el fluido es $v = \sqrt{K / \rho_0}$, podemos despejar κ y obtener

$$\kappa = \rho_0 v^2.$$

También vimos en el tema anterior que la amplitud de la onda de presión acústica estaba dada por

$$\Delta p_{\text{max}} = \kappa A k.$$

Con las expresiones anteriores para κ y $v_{\text{vib}, \text{max}}$, llegamos a

$$\Delta p_{\text{max}} = \kappa A k = A \rho_0 v^2 k = A \rho_0 v \omega = \rho_0 v v_{\text{vib}, \text{max}}.$$

Al producto $\rho_0 v$ se le llama *impedancia acústica* del medio $Z = \rho_0 v$, y su unidad SI es $1 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$. Usando la impedancia, la expresión de la amplitud de presión acústica se escribe

$$\Delta p_{\text{max}} = Z v_{\text{vib}, \text{max}}.$$

Esto es muy similar a la fórmula de la ley de Ohm¹ de los circuitos eléctricos: Δp_{max} juega el papel de diferencia de potencial, $v_{\text{vib}, \text{max}}$ hace de corriente eléctrica, y Z sería la resistencia. Además, la impedancia Z incluye toda la información del medio, mientras que la propiedades de la onda están incluida en $v_{\text{vib}, \text{max}}$.

1 Como veremos en capítulos siguientes, la ley de Ohm establece una relación lineal entre la diferencia de potencial V entre los extremos de una resistencia de valor R y la intensidad I que la atraviesa: $V = RI$.

Finalmente, con las amplitudes de velocidad de vibración y presión acústica y la impedancia, podemos dar la intensidad de las ondas sonoras planas

$$I = \frac{1}{2} v_{vib,max} \Delta p_{max} = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p_{max})^2}{Z} = \frac{1}{2} Z v_{vib,max}^2. \quad (5.3)$$

Ejemplo 5.2.1 Podemos volver a resolver la cuestión planteada en el ejemplo 5.1.1, pero ahora usando la fórmula (5.3) para la intensidad sonora.

Sol. Por una parte, la densidad del aire sin perturbar y la velocidad del sonido en el aire nos permiten calcular la impedancia:

$$Z = \rho_0 v = 1,3 \cdot 340 = 442 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s}).$$

Por otra parte, a partir de la amplitud de la onda de desplazamiento y de la frecuencia de la onda, calculamos la velocidad de vibración máxima:

$$v_{vib,max} = A\omega = 2\pi Af = 2\pi \cdot 10^{-5} \cdot 10^3 = 0,02\pi \simeq 0,0628 \text{ m/s}.$$

Finalmente, usando la ecuación (5.3), la intensidad sonora resulta

$$I = \frac{1}{2} Z v_{vib,max}^2 \simeq \frac{1}{2} 442 \cdot (0,0628)^2 \simeq 0,872 \text{ W} / \text{m}^2.$$

La impedancia acústica juega un papel muy importante en la *reflexión y transmisión del sonido* entre dos medios. Imaginemos que una onda de sonido llega a la superficie de separación entre dos medios diferentes (el aire y el agua o el aire y una pared). Parte de la energía de la onda que incide en la superficie se refleja hacia el medio desde el que vino y otra parte se transmite a través de la superficie y pasa al segundo medio.

Para que haya una buena transmisión es necesario que las impedancias de los medios contiguos sean parecidas, mientras que cuando son muy diferentes la mayor parte de la energía es devuelta por reflexión. De hecho, el *factor de transmisión*, es decir, la intensidad de la onda transmitida I_t del medio 1 al medio 2 dividida por la intensidad de la onda incidente I_i , se puede escribir como

$$\frac{I_t}{I_i} = \frac{4r}{(r+1)^2}, \quad (5.4)$$

siendo $r = Z_2/Z_1$ el cociente de impedancias. Por ejemplo, cuando una onda sonora procedente del aire entra en el agua, $r = 3630$ y el factor de transmisión resulta $I_t/I_i \simeq 0,001$, por lo que sólo del orden del 0,1 % de la energía incidente procedente del aire entra en el agua. El otro 99,9 % es reflejado de nuevo hacia el aire, lo que viene expresado mediante el *factor de reflexión*

$$\frac{I_r}{I_i} = 1 - \frac{I_t}{I_i} = \frac{(r-1)^2}{(r+1)^2}. \quad (5.5)$$

En la siguiente tabla se muestran algunos valores de la impedancia acústica.

Material	Z (kg/(m ² · s))
Acero	4,6 · 10 ⁷
Hormigón	7 · 10 ⁶
Ladrillo	5 · 10 ⁶
Agua (20°C)	1,5 · 10 ⁶
Madera	4 · 10 ⁵
Aire (20°C)	408

Ejemplo 5.2.2 Calculemos la intensidad sonora que se transmite a la pared de una vivienda, con impedancia de 10⁶ kg/(m² · s), en la que hay música con una intensidad de 5 · 10⁻³ W/m². Para ello, tomemos la impedancia del aire como 400 kg/(m² · s).

Sol. El cociente de impedancias acústicas de la pared y el aire es

$$r = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{10^6}{400} = 2500.$$

Así, la intensidad que se transmite a través de la superficie de la pared es

$$\begin{aligned} \frac{I_t}{I_i} &= \frac{4r}{(r+1)^2} = \frac{4 \cdot 2500}{(2500+1)^2} \cdot 1,50 \cdot 10^{-3} \\ \Rightarrow I_t &= 1,5 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^{-3} = 7,99 \cdot 10^{-6} \text{ W / m}^2. \end{aligned}$$

5.3. Nivel sonoro y sensación auditiva

Para crear una escala que mida el nivel de intensidad del sonido es necesario tomar un valor que sirva de referencia. Este valor es

$$I_o = 10^{-12} \text{ W/m}^2, \quad (5.6)$$

que corresponde al umbral mínimo audible de una persona media para un sonido de 1000 Hz. Para esa misma persona, el umbral máximo audible a esa frecuencia es de 1 W/m^2 . Así, si queremos establecer una escala de sonidos audibles para una persona basada en el cociente I/I_o , esta escala variaría entre 1 y 10^{12} . No es práctico usar representaciones gráficas de escalas tan enormes.

Para tener una escala más tratable, se considera una variación menor mediante el uso de logaritmos en base 10. Se define el *nivel sonoro* o *nivel de intensidad del sonido* L como

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_o} \right), \quad (5.7)$$

cuya unidad es el *decibelio* (dB), y que varía para los sonidos audibles entre 0 y 120 dB. En el caso de ondas sonoras armónicas, esta expresión puede escribirse fácilmente también en función de la amplitud de desplazamiento o de la amplitud de presión acústica si es necesario.

Ejemplo 5.3.1 Reconsideremos el ejemplo 5.1.2 y calculemos el nivel sonoro a 10 m y a 20 m del foco puntual.

Sol. A 10 m del foco la intensidad de la onda es de $I_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ W/m}^2$, por lo que el nivel sonoro es

$$L_1 = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_o} \right) = 10 \log \left(\frac{2 \cdot 10^{-3}}{10^{-12}} \right) = 10 \cdot (9 - \log 2) \quad 93,0 \text{ dB}.$$

Para obtener L_2 , el nivel sonoro a 20 m, podemos proceder como antes utilizando la intensidad a esta distancia I_2 . Sin embargo, lo haremos de otra forma. Como I_1 e I_2 tienen la misma potencia asociada P , se cumple

$$P = 4\pi r_1^2 I_1 = 4\pi r_2^2 I_2 \Rightarrow I_2 = \frac{r_1^2}{r_2^2} I_1.$$

Así, utilizando las propiedades de los logaritmos:

$$\begin{aligned} L_2 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_o} \right) = 10 \log \left(\frac{r_1^2 I_1}{r_2^2 I_o} \right) = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_o} \right) + 10 \log \left(\frac{r_1^2}{r_2^2} \right) \\ &= L_1 + 20 \log \left(\frac{r_1}{r_2} \right) = L_1 + 20 \log \left(\frac{1}{2} \right) = L_1 - 20 \log 2 \\ &\approx 87,0 \text{ dB}. \end{aligned}$$

A diferencia de la intensidad física del sonido dada por L , la sensación fisiológica que nos produce una onda sonora es subjetiva. Llamamos *intensidad fisiológica* F a la sensación que nos permite decir si un sonido es más o menos fuerte que otro.

La intensidad fisiológica depende, claro está, de la intensidad física, pero también de la frecuencia del sonido percibido. El mínimo de intensidad sonora capaz de producir sensación auditiva se denomina *umbral mínimo de audición*, es función de la frecuencia y su valor mínimo aparece para 4000 Hz, frecuencia a la cual el oído presenta sensibilidad máxima. Aumentando la intensidad sonora se llega a producir una sensación auditiva dolorosa, y se denomina *umbral máximo de audición* o *umbral de sensación dolorosa* a la mínima intensidad capaz de producirla, que es también función de la frecuencia.

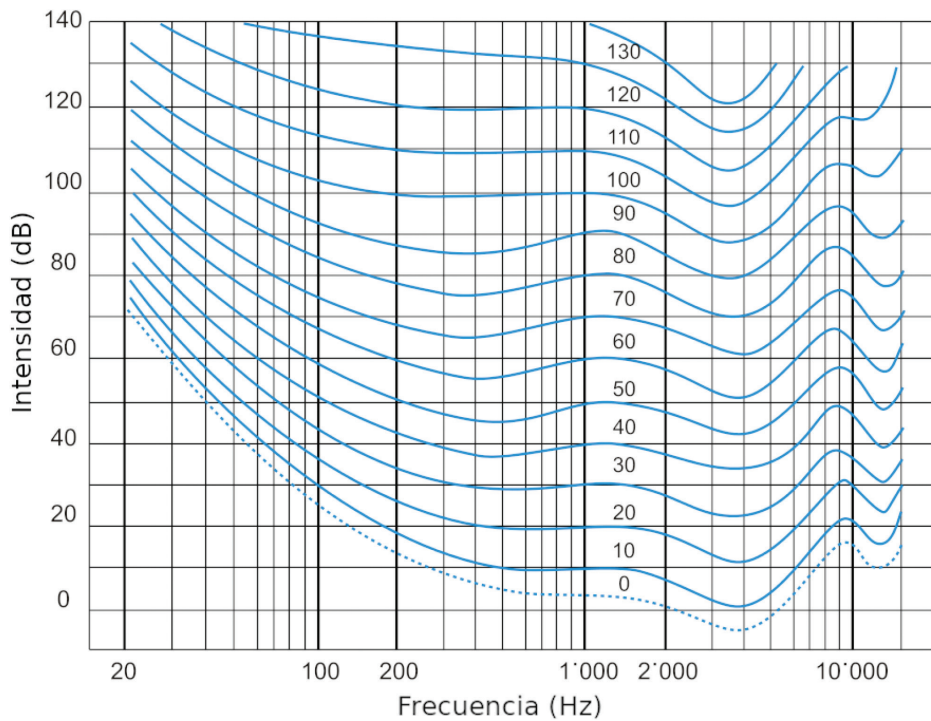
En la figura 5.2 se muestran las *curvas de Fletcher y Munson*, en las que todos los puntos de la misma curva se perciben con la misma sensación auditiva, por lo que todos los puntos de la misma línea azul de la figura tienen el mismo valor de la intensidad fisiológica aunque tengan valor diferente de L .

La unidad de sensación fisiológica se denomina *fonio* y el nivel de sensación auditiva se establece mediante la expresión

$$F = K \log \left(\frac{I}{I_o} \right). \quad (5.8)$$

Para una frecuencia de 1000 Hz, el valor de la constante en esa expresión es $K = 10$, de manera que, a esa frecuencia, el número de fonios y el de decibelios coinciden. Para otras frecuencias, el valor de K se puede extraer aproximadamente de las curvas de Fletcher y Munson. Por ejemplo, un sonido con $L = 20$ dB tiene $F = 20$ fonios a una frecuencia de 1000 Hz, pero un sonido de $L = 20$ dB tiene aproximadamente $F = 10$ fonios a una frecuencia de 300 Hz, por lo que la sensación sonora es menor en el segundo caso aunque la intensidad física del sonido sea la misma en ambos.

Figura 5.2. Curvas de Fletcher y Munson.



5.4. Tabla resumen

Fórmula/magnitud	Definición	Ecuación
$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 v$	Intensidad de una onda de sonido armónica	(5.1)
ρ_0	Densidad de masa del medio sin perturbar	
ω	Frecuencia angular de la onda	
A	Amplitud de la onda	
v	Velocidad de la onda	
$I = \frac{P}{4\pi r^2}$	Intensidad de una onda esférica	(5.2)
P	Potencia emitida por el foco	
r	Distancia al foco	
$I = \frac{1}{2} Z v_{vib,max}^2$	Intensidad de una onda de sonido armónica	(5.3)
$Z = \rho_0 v$	Impedancia acústica	
$v_{vib,max} = A\omega$	Velocidad máxima de vibración de las partículas del medio	
$\frac{I_t}{I_i} = \frac{4r}{(r+1)^2}$	Ley de transmisión	(5.4)
I_t	Intensidad de la onda transmitida	
I_i	Intensidad de la onda incidente	
$r = Z_2/Z_1$	Cociente de impedancias	
$\frac{I_r}{I_i} = 1 - \frac{I_t}{I_i} = \frac{(r-1)^2}{(r+1)^2}$	Ley de reflexión	(5.5)

Fórmula/magnitud	Definición	Ecuación
$L=10\log\left(\frac{I}{I_o}\right)$	Nivel sonoro	(5.7)
$I_o = 10^{-12} \text{ W/m}^2$	Umbral sonoro (mínimo)	(5.6)
$F=K\log\left(\frac{I}{I_o}\right)$	Nivel de sensación auditiva	(5.8)
K	Constante dada por las curvas de Fletcher y Munson	

5.5. Problemas resueltos

- Una onda sonora armónica se propaga por un fluido con una impedancia acústica de $350 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$. Calcula la amplitud de la onda de presión acústica sabiendo que la amplitud de la onda de desplazamiento es $3 \cdot 10^{-5} \text{ m}$ y que la frecuencia es de 1 kHz .

Sol. Dado que tenemos la impedancia acústica, conviene usar la fórmula

$$\Delta p_{\max} = Z v_{\text{vib},\max} \quad (5.9)$$

que nos relaciona la amplitud de la onda de presión con la velocidad de vibración máxima de las moléculas del fluido. Necesitamos esta última cantidad, que podemos obtener así:

$$v_{\text{vib},\max} = \omega A = 2\pi f A = 2\pi \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 10^{-5} = 0,188 \text{ m/s}$$

Poniendo este resultado en la primera de nuestras ecuaciones, tenemos

$$\Delta p_{\max} = Z v_{\text{vib},\max} = 350 \cdot 0,1886 = 66,0 \text{ Pa.}$$

- Una onda sonora se propaga en un fluido con una impedancia acústica de $500 \text{ kg}/(\text{m}^2 \cdot \text{s})$. La velocidad de la onda en este medio es de 360 m/s y la amplitud de la onda de presión acústica es de 43 Pa . Calcula

- a) La densidad ρ_0 , del fluido sin perturbar.
- b) La velocidad máxima de vibración de las moléculas del fluido, $v_{vib,max}$.

Sol.

- a) La densidad del fluido sin perturbar se puede obtener a partir de la impedancia acústica y la velocidad de la onda:

$$Z = \rho_0 v \Rightarrow \rho_0 = \frac{Z}{v} = \frac{500}{360} \approx 1,39 \text{ kg/m}^3.$$

- b) La velocidad máxima de vibración resulta

$$\Delta p_{max} = Z v_{vib,max} \Rightarrow v_{vib,max} = \frac{\Delta p_{max}}{Z} = \frac{43}{500} = 0,086 \text{ m/s}.$$

3. Una onda sonora armónica se propaga a lo largo de una varilla produciendo una velocidad máxima de vibración de las partículas de la varilla de 5 mm/s y una intensidad sonora de 150 W/m². Teniendo en cuenta que la varilla tiene una sección circular de radio 10 mm, calcula:

- a) La amplitud de la onda de presión acústica.
- b) La impedancia acústica.
- c) La potencia sonora.

Sol.

- a) Usando la relación entre intensidad del sonido, amplitud de velocidad de vibración y amplitud de presión acústica, tenemos

$$I = \frac{1}{2} v_{vib,max} \Delta p_{max} \Rightarrow \Delta p_{max} = \frac{2I}{v_{vib,max}} = \frac{2 \cdot 150}{5 \cdot 10^{-3}} = 6 \cdot 10^4 \text{ Pa}.$$

b) Para la impedancia acústica, tenemos

$$\Delta p_{\max} = Z v_{\text{vib},\max}$$

$$\Rightarrow Z = \frac{\Delta p_{\max}}{v_{\text{vib},\max}} = \frac{6 \cdot 10^4}{5 \cdot 10^{-3}} = 1,2 \cdot 10^7 \text{ kg/(m}^2 \cdot \text{s)}.$$

c) La potencia se calcula por su relación con la intensidad:

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = IS = I(\pi r^2) = 150 \cdot \pi \cdot (0,01)^2 = 4,71 \cdot 10^{-2} \text{ W}.$$

4. Admitamos que un altavoz emite una onda sonora armónica con una frecuencia de 4 kHz, lo que produce una vibración de las moléculas del aire de amplitud $10 \mu\text{m}$. Teniendo en cuenta que la densidad del aire sin perturbar es $1,29 \text{ kg/m}^3$, la velocidad del sonido en el aire es $v = 340 \text{ m/s}$ y que la membrana vibrante del altavoz tiene un área de 100 cm^2 , calcula

- a) La impedancia acústica del aire.
- b) La amplitud de la onda de presión acústica.
- c) La intensidad sonora.
- d) La potencia del sonido.

Sol.

a) La impedancia acústica del aire es

$$Z = \rho_0 v = 1,29 \cdot 340 \simeq 439 \text{ kg/(m}^2 \cdot \text{s)}.$$

b) La amplitud de presión acústica está relacionada con la de desplazamiento mediante

$$\Delta p_{\max} = K A k = \rho_0 v^2 A \frac{\omega}{v} = 2\pi f \rho_0 v A$$

$$= 2\pi \cdot 4 \cdot 10^3 \cdot 1,29 \cdot 340 \cdot 10^{-5} \simeq 112 \text{ Pa}.$$

c) La intensidad del sonido puede calcularse con la expresión

$$I = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p_{\max})^2}{Z} \simeq \frac{112^2}{2 \cdot 439} \simeq 28,5 \text{ W/m}^2.$$

- d) Utilizando la relación entre la potencia del sonido y el área del diafragma,

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = IS \approx 28,5 \cdot 100 \cdot 10^{-4} = 0,285 \text{ W}.$$

5. Una fuente de 5 W de potencia genera una onda sonora armónica que se propaga a 5000 m/s por una barra de 10 cm² de sección. Teniendo en cuenta que la barra tiene una densidad de 2500 kg/m³, calcula la amplitud de la onda de presión acústica.

Sol. La intensidad de la onda puede calcularse a partir de la potencia y el área de la barra:

$$I = \frac{P}{S} = \frac{5}{10 \cdot 10^{-4}} = 5 \cdot 10^3 \text{ W/m}^2.$$

La impedancia acústica de la barra vale

$$Z = \rho_0 v = 2500 \cdot 5000 = 1,25 \cdot 10^7 \text{ kg/(m}^2 \cdot \text{s)}.$$

Usando la relación entre intensidad de la onda y amplitud de presión acústica, tenemos

$$I = \frac{1}{2} \frac{(\Delta p_{\max})^2}{Z}$$

$$\Rightarrow \Delta p_{\max} = \sqrt{2IZ} = \sqrt{2 \cdot 5 \cdot 10^3 \cdot 1,25 \cdot 10^7} \approx 3,54 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

6. Una onda sonora de intensidad I_i se propaga por una varilla, con impedancia Z_1 y densidad ρ_1 , hasta que incide en la frontera de separación con otra varilla, de igual grosor pero impedancia Z_2 y densidad ρ_2 . En este momento, la mitad de la intensidad de la onda se transmite y la otra mitad se refleja. Teniendo en cuenta que la velocidad del sonido en la primera varilla es el doble de la velocidad del sonido en la segunda, calcula los cocientes Z_2/Z_1 y ρ_2/ρ_1 .

Sol. El cociente entre la intensidad de sonido reflejada y la incidente en la superficie de separación de dos medios es

$$\frac{I_r}{I_i} = 1 - \frac{I_t}{I_i} = \frac{(r-1)^2}{(r+1)^2},$$

donde $r = Z_2/Z_1$ es el cociente de impedancias acústicas. En nuestro caso, $I_r/I_i = 1/2$, por lo que

$$\frac{1}{2} = \frac{(r-1)^2}{(r+1)^2} \Rightarrow \frac{r-1}{r+1} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow r_{\pm} = \frac{\sqrt{2} \pm 1}{\sqrt{2} \mp 1},$$

con

$$r_+ \simeq 5,83; \quad r_- \simeq 0,172.$$

Obtenemos dos valores posibles del cociente de impedancias. Ambos son físicamente posibles. A partir de la definición de impedancia acústica, tenemos

$$r = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{\rho_2 v_2}{\rho_1 v_1} = \frac{\rho_2}{2\rho_1} \Rightarrow \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2r.$$

Como tenemos dos posibles valores de r , también tenemos sendos valores del cociente de densidades:

$$r_+ \simeq 5,83 \quad \rightarrow \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2r_+ \simeq 11,7;$$

$$r_- \simeq 0,172 \quad \rightarrow \quad \frac{\rho_2}{\rho_1} = 2r_- \simeq 0,343.$$

7. Durante la demolición de un edificio, se produce una detonación controlada. Un observador a una distancia de 300 m de la explosión capta una intensidad de 0,10 W/m². Determina:

- El nivel sonoro que capta un segundo observador a 50 m de la explosión.
- La distancia a la explosión a la que debe colocarse el segundo observador para captar 10 dB más que el primero.

Sol.

- La potencia P del sonido viene dado por

$$I_{300} = \frac{P}{4\pi d_1^2} \Rightarrow P = 4\pi d_1^2 I_{300},$$

donde $d_1 = 300$ m e $I_{300} = 0,10$ W/m². El nivel sonoro L_{50} a 50 m será

$$L_{50} = 10 \log_{10} \left(\frac{I_{50}}{I_o} \right),$$

donde $I_o = 10^{-12}$ W/m² es la intensidad umbral e

$$I_{50} = \frac{P}{4\pi d_2^2}.$$

con $d_2 = 50$ m. Así, usando la expresión de P anterior,

$$L_{50} = 10 \log_{10} \left(\frac{I_{300} d_1^2}{I_o d_2^2} \right) = 10 \log_{10} \left(\frac{0,1}{10^{-12}} \frac{300^2}{50^2} \right) = 125 \text{ dB}.$$

(b) Si d_3 es la distancia pedida, debe ser

$$L_{d_3} - L_{300} = 10 \Rightarrow 10 \log_{10} \left(\frac{I_{d_3}}{I_{300}} \right) = 10.$$

Usando la relación entre I y P :

$$10 \log_{10} \left(\frac{300^2}{d_3^2} \right) = 10 \Rightarrow d_3 = \frac{300}{\sqrt{10}} \quad 94,9 \text{ m}.$$

8. Dos focos puntuales tienen, cada uno, una potencia de 1 mW. Si los focos emiten desde el mismo punto sendas ondas en fase, calcula el nivel sonoro a una distancia de 10 m.

Sol. La intensidad del sonido a 10 m debida sólo a un foco es

$$I_1 = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi r^2} = \frac{10^{-3}}{4\pi \cdot 10^2} \quad 7,96 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2.$$

Si dos focos emiten desde el mismo lugar, con la misma potencia y en fase, la intensidad del sonido a 10 m es

$$I = 2 I_1 \simeq 1,59 \cdot 10^{-6} \text{ W/m}^2.$$

El nivel sonoro es

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_o} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{1,59 \cdot 10^{-8}}{10^{-12}} \right) = 62,0 \text{ dB.}$$

9. Calcula la potencia con la que habla una persona, supuesta fuente de sonido puntual, a otra a 2 m de distancia. Para ello, ten en cuenta que la segunda persona percibe un nivel sonoro de 59 dB.

Sol. Primero, calculemos la intensidad I a partir del nivel sonoro L :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_o} \right) \\ \Rightarrow I = I_o 10^{L/10} = 10^{-12} \cdot 10^{59/10} = 10^{-61} \approx 7,94 \cdot 10^{-7} \text{ W/m}^2.$$

Ahora podemos obtener la potencia de la intensidad, asumiendo una emisión de fuente puntual:

$$I = \frac{P}{S} \Rightarrow P = 4\pi r^2 I = 4\pi \cdot 2^2 \cdot 7,94 \cdot 10^{-7} \approx 3,99 \cdot 10^{-5} \text{ W.}$$

10. Se sabe que una fuente puntual produce 10 dB de nivel sonoro a 25 m.

- a) ¿Cuál es el nivel sonoro a 10 m de la fuente?
b) ¿A qué distancia el nivel sonoro es el menor audible?

Sol.

- a) Calculemos primero la intensidad a 25 m:

$$L_{25} = 10 \log \left(\frac{I_{25}}{I_o} \right) \\ \Rightarrow I_{25} = I_o 10^{L_{25}/10} = 10^{-12} \cdot 10^{10/10} = 10^{-11} \text{ W/m}^2.$$

Con esto, la potencia del sonido resulta

$$I_{25} = \frac{P}{S} \Rightarrow P = 4\pi r^2 I_{25} = 4\pi \cdot 25^2 \cdot 10^{-11} = 25\pi \cdot 10^{-9} \text{ W.}$$

Por tanto, la intensidad a 10 m es

$$I_{10} = \frac{P}{S} = \frac{25\pi \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^2} = 6,25 \cdot 10^{-11} \text{ W/m}^2$$

y, finalmente, podemos calcular el nivel sonoro

$$L_{10} = 10 \log \left(\frac{I_{10}}{I_0} \right) = 10 \cdot \log \left(\frac{6,25 \cdot 10^{-11}}{10^{-12}} \right) = 18,0 \text{ dB.}$$

- b) El sonido deja de percibirse por una persona media cuando la intensidad es $I = I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$. La distancia del foco d a la que esto ocurre viene dada por

$$I_0 = \frac{P}{S} = \frac{P}{4\pi d^2} \Rightarrow d = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{25\pi \cdot 10^{-9}}{4\pi \cdot 10^{-12}}} = 79,1 \text{ m.}$$

11. A un metro de una máquina, supuesta fuente de sonido puntual, percibimos un nivel sonoro de 60 dB. ¿Cuánto debemos alejarnos para que el nivel se reduzca a 30 dB?

Sol. Esto se puede resolver mediante un método similar al ejercicio anterior, pero vamos a hacerlo de otra manera, algo más rápida. La diferencia entre el nivel sonoro a 1 m y el nivel sonoro a la distancia d , donde se perciben 30 dB, es

$$\begin{aligned} L_1 - L_d &= 60 \text{ dB} - 30 \text{ dB} = 30 \text{ dB} \\ &= 10 \log \left(\frac{I_1}{I_0} \right) - 10 \log \left(\frac{I_d}{I_0} \right) = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_d} \right) \end{aligned}$$

Por otro lado, usando que la fuente es puntual,

$$\frac{I_1}{I_d} = \frac{P / (4\pi 1^2)}{P / (4\pi d^2)} = d^2$$

Poniendo todo en la misma ecuación, llegamos a

$$30 = 10 \log d^2 \Rightarrow d^2 = 10^3 \Rightarrow d = \sqrt{10^3} \approx 31,6 \text{ m.}$$

Como ya estamos a 1 m de la máquina, tendremos que alejarnos 30, 6 m.

12. El nivel de intensidad sonora cerca de un avión es de 90 dB. Aproximando el ruido del avión por una onda la onda acústica armónica de frecuencia de 4 kHz, calcula el desplazamiento máximo de las moléculas del aire. Toma la densidad del aire sin perturbar como $1,3 \text{ kg/m}^3$ y la velocidad del sonido como 340 m/s .

Sol. A partir del nivel de intensidad sonora, podemos calcular I :

$$L = 10 \log \left(\frac{I}{I_0} \right) \Rightarrow I = I_0 10^{L/10} = 10^{-12} \cdot 10^{90/10} = 10^{-3} \text{ W/m}^2.$$

Con esto, la amplitud de desplazamiento A de la onda armónica resulta

$$I = \frac{1}{2} \rho_0 \omega^2 A^2 v$$

$$\Rightarrow A = \sqrt{\frac{2I}{(2\pi f)^2 \rho_0 v}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-3}}{(2\pi \cdot 4000)^2 \cdot 1,3 \cdot 340}} \approx 8,46 \cdot 10^{-8} \text{ m}.$$

13. Calcula la pérdida de nivel sonoro cuando una onda se transmite de un medio a otro con el doble de impedancia.

Sol. El dato que nos da el ejercicio es que hay dos medios en contacto cuyas impedancias acústicas cumplen

$$r = \frac{Z_2}{Z_1} = \frac{2}{1} = 2.$$

Por tanto, la relación entre la intensidad incidente en el medio 1 y la transmitida al medio 2 es

$$I_t = I_i \frac{4r}{(r+1)^2} = I_i \cdot \frac{4 \cdot 2}{(2+1)^2} = \frac{8I_i}{9} \Rightarrow \frac{I_t}{I_i} = \frac{I_1}{I_2} = \frac{9}{8}.$$

La pérdida de nivel sonoro en la transmisión es

$$\begin{aligned}
 L_1 - L_2 &= 10 \log \left(\frac{I_1}{I_o} \right) - 10 \log \left(\frac{I_2}{I_o} \right) = 10 \log \left(\frac{I_1}{I_2} \right) \\
 &= 10 \log \left(\frac{9}{8} \right) \approx 0,512 \text{ dB}.
 \end{aligned}$$

14. El sonido producido en la habitación de una casa, con 50 dB de nivel sonoro, penetra una de sus paredes y es percibido en la habitación contigua con un nivel de 35 dB. ¿Qué porcentaje de la intensidad absorbe la pared?

Sol. La pérdida de nivel sonoro es

$$\begin{aligned}
 L_1 - L_2 &= 35 \text{ dB} - 50 \text{ dB} = -15 \text{ dB} \\
 &= 10 \log \left(\frac{I_2}{I_o} \right) - 10 \log \left(\frac{I_1}{I_o} \right) = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right).
 \end{aligned}$$

Despejando I_2/I_1 , tenemos

$$-15 = 10 \log \left(\frac{I_2}{I_1} \right) \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = 10^{-15/10} \approx 0,0316 = 3,16\%.$$

Por tanto, el porcentaje absorbido por la pared es de 96,8 %.