

CAPÍTULO 2. CALOR

Estudiamos los mecanismos más frecuentes de transmisión del calor: conducción, convección y radiación. En el primer caso, la conducción térmica se establece a través de uno o más materiales sometidos a una diferencia de temperaturas, tal como establece la ley de Fourier. En el caso de la radiación, el flujo de calor se produce por una diferencia de temperaturas entre el cuerpo radiante y su entorno, de acuerdo con la ley de radiación de Stefan-Boltzmann. En la última parte del tema vemos que las consecuencias más notorias de la absorción de calor en líquidos o sólidos son el cambio de temperatura y/o de fase.

2.1. El calor como forma de transferencia de energía

La *energía interna* de un cuerpo es la que poseen sus partículas (átomos, moléculas, etc) en un sistema de referencia en que el cuerpo está en reposo. En la energía interna se incluyen la energía cinética del movimiento de las partículas del cuerpo y la energía potencial interna de las partículas (por interacciones entre sus componentes y con otras partículas).

Llamamos *calor* a la transferencia de energía a través de la frontera de un cuerpo debida a la diferencia de temperaturas entre el cuerpo y su entorno. Cuando calentamos un cuerpo, le transferimos energía interna poniéndolo en contacto con otro cuerpo que está a una temperatura mayor. Veremos que también se transfiere calor a un cuerpo cuando éste cambia de estado (de sólido a líquido, por ejemplo).

La energía interna de un sistema se puede cambiar mediante métodos que no implican calor. Por ejemplo, cuando se realiza un trabajo macroscópico sobre él.

El calor, como el trabajo y la energía, se mide en julios en el SI. Históricamente se utiliza también otra unidad, llamada *caloría*, y es tal que $1 \text{ cal} = 4,187 \text{ J}$.

2.2. Algunos mecanismos de transferencia de energía

Vamos a explorar cómo se transfiere energía de un cuerpo a otro por medio de calor cuando están en contacto. Este proceso se llama conducción térmica. Además, estudiaremos otros procesos de transferencia que involucran frecuentemente cambios de temperatura: convección (por transferencia de materia) y radiación electromagnética.

Conducción

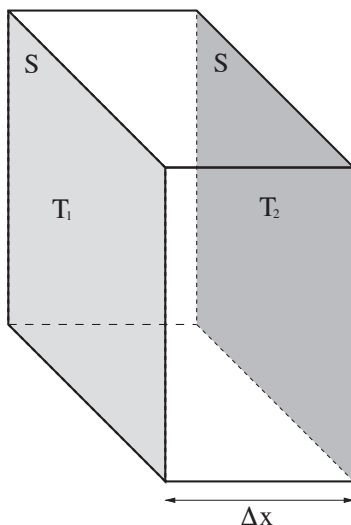
En la *conducción térmica*, la transferencia de energía se puede representar a escala microscópica como un intercambio de energía cinética entre partículas, en donde las partículas "frías" ganan energía al colisionar con las partículas "calientes", que pierden parte de su energía en el proceso. Se necesita, pues, contacto para que haya conducción térmica.

La conducción ocurre sólo si hay una diferencia de temperatura entre dos partes del medio. Consideremos un material de longitud o espesor Δx y sección de área S , como vemos en la figura 2.1. Un extremo o cara del material se mantiene frío a una temperatura baja T_1 y el otro se mantiene caliente a una temperatura alta T_2 .

La transferencia de energía interna o *flujo de calor* ocurre desde el extremo más caliente al extremo más frío del material. Si Q es el calor transferido de un extremo a otro en un intervalo de tiempo Δt , el flujo de calor es la rapidez $P = Q/\Delta t$ con la que se transfiere (es decir, la potencia) y sigue la *ley de conducción térmica* de Fourier

$$P = kS \left| \frac{\Delta T}{\Delta x} \right|$$

Figura 2.1. Material de sección S y espesor Δx con su cara izquierda a temperatura T_1 y su cara derecha a temperatura T_2 .



donde k es la *conductividad térmica* (una propiedad del material) y $\Delta T / \Delta x$ es el *gradiente de temperatura*. Los materiales que son buenos conductores térmicos

tienen altos valores de k , mientras que los buenos aislantes térmicos tienen valores bajos de k . La unidad de conductividad térmica en el SI es $1\text{J}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K})$.

Ejemplo 2.2.1 Consideremos el caso sencillo de una placa de 5 mm de espesor cuyas caras tienen una diferencia de temperaturas de 50°C . Calculemos la conductividad térmica de la placa sabiendo que transmite 3 cal/s a través de un área de 6 cm^2 .

Sol. En primer lugar, pasemos la potencia que nos dan a unidades del Sistema Internacional:

$$P = 3\text{ cal/s} = \frac{3\text{ cal}}{\text{s}} \frac{4,187\text{ J}}{1\text{ cal}} = 12,561\text{ J/s} = 12,561\text{ W}.$$

Ahora podemos usar la ecuación de conducción:

$$P = kS \frac{\Delta T}{\Delta x}.$$

Despejando la conductividad térmica llegamos al resultado buscado

$$k = \frac{P \Delta x}{S \Delta T} = \frac{12,561 \cdot 5 \cdot 10^{-3}}{6 \cdot 10^{-4} \cdot 50} \approx 2,09\text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K}).$$

Una de las aplicaciones de la ley de conductividad térmica es el *aislamiento térmico* de viviendas. En una situación genérica, la pared de una vivienda, por ejemplo, está dividida en distintas capas paralelas de igual sección pero con distintos espesores y conductividades. Usando que el flujo de calor que atraviesa cada una de las capas es el mismo, podemos escribir el flujo de calor a través la pared con N capas como

$$P = S \frac{|\Delta T|}{R}, \quad (2.1)$$

donde se define la *resistencia térmica* R de la pared mediante la expresión

$$R = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta x_i}{k_i}, \quad (2.2)$$

es decir, se calcula sumando los valores de los cocientes $\Delta x/k$ en cada capa de la pared. La unidad de R en el SI es $1 \text{ (m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K)}/\text{J}$. En las superficies abiertas al aire, se adhiere una capa de aire estancado cuyo grosor depende de la velocidad del viento. Este efecto ha de tenerse en cuenta al calcular el valor R que se quiere conseguir, ya que la pérdida de energía interna de una casa en un día con viento fuerte es mayor que la misma en un día de viento suave.

Ejemplo 2.2.2 Consideremos un caso práctico: calcular el flujo de calor por unidad de tiempo (potencia) por conducción a través de una pared de una vivienda, de 25 m^2 de área, con y sin aislamiento, cuando el interior está a 22°C y el exterior a 12°C . La pared está hecha de madera contrachapada de espesor 3 cm y conductividad $0,08 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. El aislamiento térmico tiene 8 cm de espesor y conductividad $0,02 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$.

Sol. Sin el aislamiento, la potencia de conducción a través de la pared está debida solamente a la placa de madera

$$P = k_m S \frac{\Delta T}{\Delta x_m} = 0,08 \cdot 25 \cdot \frac{22 - 12}{0,03} = 667 \text{ W}.$$

Con el aislamiento, al tener la pared dos capas, primero calculamos el valor R de la pared,

$$R = \frac{\Delta x_m}{k_m} + \frac{\Delta x_a}{k_a} = \frac{0,03}{0,08} + \frac{0,08}{0,02} = 4,375 \text{ (m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K)}/\text{J}.$$

La potencia por conducción es

$$P' = S \frac{\Delta T}{R} = 25 \cdot \frac{22 - 12}{4,375} = 57,1 \text{ W}.$$

Convección

La *convección* es el proceso de transferencia de energía interna por el que uno se puede calentar las manos colocándolas cerca de una llama. Las moléculas de aire cercanas a la llama adquieren energía interna, es decir, se calientan y, por la ley de los gases ideales, esta porción de aire se expande. Al expandirse, su densidad se hace menor que la del aire de alrededor y, por tanto, asciende. Mientras lo hace, llega hasta las manos que están cerca y las calienta. La energía transferida por el *movimiento de una sustancia caliente* se dice que ha sido

transferida por convección.

Cuando este movimiento, como en el caso de la llama, ocurre por diferencias de densidad, tenemos una *convección natural*. Cuando la sustancia caliente es obligada a moverse por un ventilador o una bomba, como en algunos sistemas de calefacción por aire o agua caliente, el proceso se llama *convección forzada*. Otro ejemplo de convección ocurre cuando una habitación es calentada por un radiador. El radiador calienta el aire de las zonas más bajas de la sala. Este aire se expande y sube hacia el techo por su menor densidad. El aire frío del techo desciende hacia el suelo y así es calentado, estableciéndose lo que se conoce como *corriente de convección*.

Radiación

Un tercer mecanismo de transferencia de energía es la *radiación*, que es el único posible en el vacío. Los campos eléctricos y magnéticos son capaces de generar ondas que se propagan a la velocidad de la luz (en el vacío, esta velocidad tiene un valor muy aproximado a $3 \cdot 10^8$ m/s), constituyendo lo que llamamos radiación electromagnética.

El *espectro electromagnético* está formado por las diferentes formas en que aparecen las ondas electromagnéticas, que podemos caracterizar por su frecuencia f . Una de las zonas del espectro electromagnético, la *radiación infrarroja*, se genera típicamente por las vibraciones de los átomos o moléculas de los cuerpos. Debido a esta característica, la radiación infrarroja es también fácilmente absorbida por la mayor parte de los materiales y se transforma en energía interna de esos materiales, ya que la absorción agita sus átomos o moléculas y aumenta su temperatura.

La mayoría de los cuerpos emiten radiación electromagnética en la zona infrarroja debido a su temperatura (esto ocurre, por ejemplo, en la emisión de un radiador o de un calefactor eléctrico). No es la única radiación capaz de aumentar la temperatura del cuerpo que la absorba y, de hecho, todas las ondas electromagnéticas pueden causar el incremento de la temperatura de un sistema, pero nos vamos a centrar en ella por ser la más común y eficiente en las aplicaciones térmicas. Veamos cómo cuantificar su emisión y su absorción.

La rapidez con la que un cuerpo que está a una cierta temperatura emite energía (potencia) viene dada por la *ley de Stefan-Boltzmann*,

$$P = \sigma S e T^4,$$

donde $\sigma = 5,67 \cdot 10^{-8}$ W/(m² · K⁴) es la *constante de Stefan-Boltzmann*, S es el área de la superficie del cuerpo, e es la *emisividad* (una cantidad adimensional

entre 0 y 1 característica del cuerpo) y T es la temperatura medida en escala absoluta de la superficie del cuerpo.

Cuando un cuerpo irradia según la ley anterior, también absorbe energía. De lo contrario, perdería toda su energía interna y su temperatura llegaría al cero absoluto. La energía que un cuerpo absorbe depende de su entorno, formado por otros cuerpos que también emiten. Si un cuerpo está a una temperatura T y su entorno está a una temperatura T_0 , entonces la *potencia neta* emitida por el cuerpo es

$$P = \sigma S e (T^4 - T_0^4). \quad (2.3)$$

Si el cuerpo está en equilibrio con su entorno, irradia y absorbe energía al mismo ritmo, de tal manera que su temperatura permanece constante. Si, por el contrario, el cuerpo está más caliente que el entorno, irradia más energía de la que absorbe, por lo que su temperatura disminuye. Un *absorbente ideal* es un cuerpo que absorbe todo lo que incide sobre él, por lo que su emisividad es $e = 1$. También es un radiador ideal de energía, y se le llama *cuerpo negro*. Un cuerpo para el que $e = 0$ es un *reflector ideal* y no absorbe nada de lo que incide sobre él.

Ejemplo 2.2.3 Determinemos la emisividad de un material utilizando la ley de Stefan-Boltzmann. Para ello, necesitamos su superficie (5 m^2), la potencia emitida ($10^4 \text{ J por minuto}$) y las temperaturas del material ($30 \text{ }^\circ\text{C}$) y del ambiente ($24 \text{ }^\circ\text{C}$).

Sol. La potencia emitida por radiación es

$$P = \frac{E}{t} = \frac{10^4}{60} = \frac{500}{3} \text{ W}.$$

A partir de la ley de Stefan-Boltzmann,

$$P = \sigma S e (T^4 - T_0^4) \Rightarrow e = \frac{P}{\sigma S (T^4 - T_0^4)}.$$

Utilizando los datos, tenemos

$$e = \frac{\frac{500}{3}}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 5 \cdot \left[(273,15 + 30)^4 - (273,15 + 24)^4 \right]} \quad 0,906.$$

Los tres mecanismos de transferencia de energía interna que hemos estudiado aparecen en un sistema de calefacción por agua caliente. En este sistema, el calor se transfiere de la caldera a los radiadores de las habitaciones por medio del agua que fluye por las tuberías (convección); se difunde luego a través del metal de los radiadores (conducción), de la superficie de éstos al aire cercano a ellos (radiación), y de este aire al resto del aire de la habitación (de nuevo, convección).

2.3. Capacidad calorífica y calor específico

La absorción/cesión de calor por un cuerpo, con independencia del mecanismo que lo ha propiciado (conducción, convección o radiación), tiene como consecuencias posibles cambios en su temperatura, volumen, presión y/o, incluso, de fase.

Vamos a centrarnos ahora en la relación que hay entre la cantidad de calor que absorbe un cuerpo y su aumento de temperatura. Se define la *capacidad calorífica* C de una sustancia como el calor necesario para aumentar $1\text{ }^{\circ}\text{C}$ su temperatura. Podemos escribir, para un rango de temperaturas suficientemente pequeño,

$$Q = C \Delta T \quad (2.4)$$

cuando el cuerpo absorbe un calor Q y aumenta su temperatura ΔT . La unidad de capacidad calorífica en el SI es 1 J/K . Esta cantidad depende, para cada sustancia, del rango de temperaturas, de la presión, de la masa y, además, del proceso seguido para cambiar la temperatura (manteniendo el volumen constante, la presión constante u otros posibles).

Debido a la dependencia de C con la masa, se define el *calor específico* c como la capacidad calorífica por unidad de masa. De esta manera, el calor transferido a un cuerpo, de masa m y calor específico c (supuesto independiente de la temperatura), para que sufra una variación de temperatura ΔT se puede escribir

$$Q = mc \Delta T.$$

El agua tiene un calor específico muy alto comparado, por ejemplo, con el aire. Esto significa que un cambio en la temperatura de cierta masa de agua requiere más calor que el mismo cambio en la misma masa de la mayoría de sustancias. Se dice por eso que el agua tiene una gran *inercia térmica*, lo que la hace apropiada para el almacenamiento y transporte de energía interna, por ejemplo en el sistema de calefacción de una casa (donde el agua conduce energía interna desde la caldera hasta los radiadores).

Ejemplo 2.3.1 Sabemos que con el calor Q podemos elevar la temperatura en 50°C de una masa de aluminio, cuyo calor específico es $c_{al} = 902 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$. Veamos cuál sería el aumento de temperatura de la misma masa de cobre, con calor específico $c_{co} = 390 \text{ J}/(\text{kg} \cdot \text{K})$, utilizando el mismo calor Q .

Sol. Usando la relación entre el calor absorbido y la variación de temperatura, tenemos

$$\begin{aligned} Q &= m_{cal} \Delta T_{al}, \\ Q &= m_{cco} \Delta T_{co}. \end{aligned}$$

Como el calor absorbido por ambos es el mismo, y también lo es la masa, igualando ambas expresiones obtenemos el aumento de temperatura del cobre:

$$m c_{al} \Delta T_{al} = m c_{co} \Delta T_{co} \quad \Rightarrow \quad \Delta T_{co} = \frac{c_{al}}{c_{co}} \Delta T_{al} = \frac{902}{390} 50 \approx 116^\circ\text{C}.$$

Una técnica para medir el calor específico de un cuerpo consiste en calentarlo hasta una temperatura T_c , ponerlo en un recipiente con agua a una temperatura menor T_a y esperar a que llegue el equilibrio, midiendo entonces la temperatura final T_{eq} . Esta técnica se llama *calorimetría*, y los dispositivos usados se llaman *calorímetros*. Si el sistema formado por el cuerpo y el agua está *aislado*, la cantidad de energía perdida por el cuerpo debe ser igual a la ganada por el agua. Usando la ecuación $Q = mc\Delta T$, el calor transferido al agua ha sido

$$Q_a = m_a c_a (T_{eq} - T_a),$$

y el calor transferido al cuerpo ha sido

$$Q_c = m_c c_c (T_{eq} - T_c),$$

que es negativo porque el cuerpo se ha enfriado. La suma de estos dos calores ha de ser cero para que ninguna energía entre ni salga del sistema, así que se llega a

$$Q = 0 = m_a c_a (T_{eq} - T_a) + m_c c_c (T_{eq} - T_c),$$

y de aquí, despejando, obtenemos el calor específico del cuerpo,

$$c_c = c_a \frac{-m_a (T_{eq} - T_a)}{m_c (T_{eq} - T_c)}$$

Para que este cálculo sea correcto, es necesario que la masa de agua sea mucho mayor que la del recipiente que la contiene. En caso contrario, el recipiente también se calienta y este efecto habrá de tenerse en cuenta.

Ejemplo 2.3.2 Veamos un ejemplo en el que tenemos que tener en cuenta el material del que está hecho el calorímetro. Queremos obtener el calor específico del aluminio c_{al} . Para ello, introducimos 50 g de aluminio a 200°C en un calorímetro de cobre de 500 g que contiene 200 g de aceite a 20 °C. Todo el sistema llega a una temperatura final de 34,54 °C. El calor específico del cobre es $c_{co} = 390 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$ y del aceite $c_{ac} = 0,38 \text{ cal/(g}\cdot\text{K)}$.

Sol. Primero, pasamos el calor específico del aceite a unidades del SI:

$$c_{ac} = \frac{0,38 \text{ cal}}{\text{g}\cdot\text{K}} \cdot \frac{4,187 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \cdot \frac{10^3 \text{ g}}{1 \text{ kg}} = 1591 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}$$

En este caso, el recipiente es de cobre y hay que tener en cuenta también cómo absorbe calor y cambia su temperatura. Dado que no se transfiere calor al exterior, si llamamos T a la temperatura de equilibrio del sistema,

$$Q = 0 = m_{co} c_{co} (T - T_{co}) + m_{al} c_{al} (T - T_{al}) + m_{ac} c_{ac} (T - T_{ac}).$$

Despejando c_{al} , tenemos

$$c_{al} = - \frac{m_{co} c_{co} (T - T_{co}) + m_{ac} c_{ac} (T - T_{ac})}{m_{al} (T - T_{al})} = 902 \text{ J/(kg}\cdot\text{K)}.$$

2.4. Calor latente

En los *cambios de fase* sufridos por una sustancia se transfiere calor pero no hay variación de temperatura (si el proceso se hace de forma suficientemente lenta). Esto ocurre, por ejemplo, en el cambio de sólido a líquido, en el de líquido a gas, y en el cambio de estructura cristalina de un sólido. En general, en estos casos la energía potencial intermolecular de la sustancia varía en la medida en que se transfiere el calor, resultando en un cambio de energía interna sin necesidad de afectar a la temperatura del cuerpo (dado que el cambio de fase se produce a una temperatura constante).

El calor Q necesario para cambiar la fase de una sustancia pura de masa m es

$$Q = mL, \quad (2.5)$$

donde L se denomina *calor latente*. El *calor latente de fusión* L_f es el empleado cuando el cambio de fase es de sólido a líquido. Si el cambio es de líquido a sólido (solidificación), el calor latente es el de fusión, pero con signo negativo, indicando que el sistema transfiere calor al medio. El *calor latente de vaporización* L_v es el que entra en juego cuando el cambio de fase es de líquido a gas. Si el cambio es de gas a líquido (condensación), el calor latente es el mismo que el de vaporización, pero con signo negativo.

Veamos el caso de un cambio de líquido a gas. Las moléculas de los líquidos están cercanas entre sí y las fuerzas entre ellas son mucho más intensas que las que hay entre las moléculas de los gases, muy alejadas unas de otras. Necesitamos realizar trabajo en el líquido contra estas fuerzas moleculares para poder separarlas. La energía por unidad de masa necesaria para lograr esta separación es el calor latente de vaporización.

Por su parte, la transferencia de energía a un sólido causa un aumento de la amplitud de vibración de las moléculas respecto a sus posiciones de equilibrio hasta que los enlaces entre moléculas se rompen y éstas se mueven a nuevas posiciones de equilibrio, con menor intensidad de interacción entre ellas, características del estado líquido. La energía por unidad de masa necesaria para realizar este cambio de configuración es el calor latente de fusión.

En general, el calor latente de vaporización es mayor que el de fusión para una sustancia dada. Esto es debido a que las distancias moleculares en un gas son mucho mayores que en líquidos y sólidos. En la fusión hay que transformar enlaces de estado sólido en enlaces de estado líquido, ligeramente menos intensos. Pero en la vaporización hay que romper los enlaces de estado líquido y llegar a una situación en que las moléculas, básicamente, no estén ligadas.

Ejemplo 2.4.1 En general, cuando una sustancia absorbe o cede calor se calienta o enfría y también cambia de fase. Esto ocurre, por ejemplo, cuando 100 g de vapor de agua a 100 °C se condensan y luego se enfrían hasta 15 °C. Vamos a calcular el calor que cede el sistema al medio. Para ello, debemos saber que el calor específico del agua es $c = 4187 \text{ J/(kg} \cdot \text{K)}$ y su calor latente de vaporización $L_v = 283 \text{ J/kg}$.

Sol. El calor absorbido (cedido) por el sistema tiene dos contribuciones: el absorbido (cedido) en el cambio de estado de gas a líquido y el absorbido (cedido) en el aumento (disminución) de temperatura del líquido. Por tanto,

$$\begin{aligned} Q &= mL_c + mc \Delta T = -mL_v + mc \Delta T \\ &= -0,1 \cdot 283 + 0,1 \cdot 4187 \cdot (15 - 100) = -35600 \text{ J.} \end{aligned}$$

En la ecuación anterior, se ha usado $L_c = -L_v$. El calor absorbido ha salido negativo. Esto quiere decir que no se transfiere calor al sistema sino que es el sistema quien transfiere calor al exterior. El calor transmitido al medio es

$$Q_{\text{sist}} = -Q \simeq 35600 \text{ J.}$$

2.5. Tabla resumen

Fórmula/magnitud	Definición	Ecuación
$P = S \frac{ \Delta T }{R}$	Ley de la conducción térmica	(2.1)
P	Flujo de calor por unidad de tiempo	
S	Área de la sección	
ΔT	Diferencia de temperaturas	
$R = \sum_{i=1}^N \frac{\Delta x_i}{k_i}$	Resistencia térmica	(2.2)
N	Número de capas	
Δx_i	Espesor de la capa i -ésima	
k_i	Conductividad térmica de la capa i -ésima	
$P = \sigma S e (T^4 - T_0^4)$	Ley de la radiación	(2.3)
P	Potencia emitida	
σ	Constante de Stefan-Boltzmann	
e	Emisividad	
T	Temperatura (en Kelvin) del cuerpo	
T_0	Temperatura (en Kelvin) del entorno	
$Q = C \Delta T$	Calor y cambio de temperatura	(2.4)
Q	Calor absorbido	
ΔT	Variación de temperatura	
$C = mc$	Capacidad calorífica	
m	Masa del cuerpo	
c	Calor específico	
$Q = mL$	Calor y cambio de fase	(2.5)
Q	Calor absorbido	
m	Masa del cuerpo	
L	Calor latente	

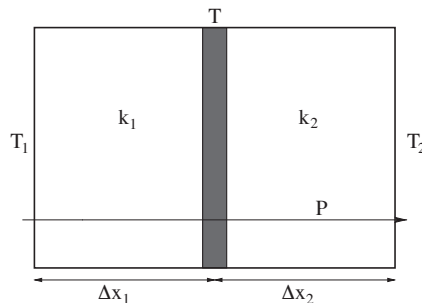
2.6. Problemas resueltos

1. Tenemos dos placas de sección $S = 100 \text{ cm}^2$ pegadas, siendo las temperaturas de las caras libres $T_1 = 50 \text{ }^\circ\text{C}$ y $T_2 = 10 \text{ }^\circ\text{C}$, respectivamente. Además, los espesores y conductividades térmicas respectivas son $\Delta x_1 = 1 \text{ mm}$, $k_1 = 0,1 \text{ cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K})$ y $\Delta x_2 = 2 \text{ mm}$, $k_2 = 0,2 \text{ cal}/(\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K})$.

a) Calcula la temperatura de la zona de contacto entre las placas.

b) Determina el flujo de energía a través de las placas.

Sol. La situación se muestra en el dibujo, en el que se ve una sección transversal de las dos placas. El flujo de calor P se dirige desde la cara libre de la primera placa, que está a temperatura T_1 , hacia la cara libre de la segunda placa, a temperatura menor T_2 . El empalme entre las placas tiene temperatura T .



Conviene pasar las conductividades a unidades del SI:

$$k_1 = 0,1 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} \cdot \frac{4,187 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \cdot \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 41,87 \text{ J}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}),$$

$$k_2 = 0,2 \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{s} \cdot \text{K}} \cdot \frac{4,187 \text{ J}}{1 \text{ cal}} \cdot \frac{10^2 \text{ cm}}{1 \text{ m}} = 83,74 \text{ J}/(\text{m} \cdot \text{s} \cdot \text{K}).$$

- a) Para calcular la temperatura T en el empalme, usamos que no se pierde potencia al fluir la energía de la primera placa a la segunda. La potencia P_1 a través de la primera placa (con una diferencia de temperaturas $T_1 - T$) ha de ser, por tanto, igual a la potencia a través de la segunda placa (con una diferencia de temperaturas $T - T_2$). Como ambas placas tienen, además, la misma sección S , tenemos

$$P_1 = P_2 \Rightarrow k_1 S \frac{T_1 - T}{\Delta x_1} = k_2 S \frac{T - T_2}{\Delta x_2}.$$

Observemos que la relación anterior es cierta con independencia de si las temperaturas están expresadas en °C ó K, por lo que la siguiente ecuación también lo será. Despejando con cuidado T , se obtiene

$$\left(\frac{k_1}{\Delta x_1} + \frac{k_2}{\Delta x_2} \right) T = \frac{k_1}{\Delta x_1} T_1 + \frac{k_2}{\Delta x_2} T_2 \Rightarrow T = \frac{\frac{k_1}{\Delta x_1} T_1 + \frac{k_2}{\Delta x_2} T_2}{\frac{k_1}{\Delta x_1} + \frac{k_2}{\Delta x_2}}.$$

Usando los datos numéricos del ejercicio, llegamos a

$$T = \frac{\frac{41,87}{10^{-3}} 50 + \frac{83,74}{2 \cdot 10^{-3}} 10}{\frac{41,87}{10^{-3}} + \frac{83,74}{2 \cdot 10^{-3}}} = 30^\circ\text{C}.$$

b) La potencia P a través de las placas se puede calcular sólo con la primera, sólo con la segunda o con ambas, pues $P = P_1 = P_2$. Usamos la primera:

$$P = k_1 S \frac{T_1 - T}{\Delta x_1} = 41,87 \cdot 100 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{50 - 30}{10^{-3}} = 8374 \text{ W}.$$

- Una pared está formada por dos capas de madera, cada una de espesor 5 cm y conductividad térmica $0,15 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$, separadas por una capa de aislante de espesor 1 cm y conductividad térmica $0,05 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$. Si la pared tiene 10 cm^2 de área, calcula el flujo de calor (potencia) a través de la pared cuando entre los extremos de ésta hay una diferencia de temperaturas de 15°C .

Sol. El flujo de calor viene dado por:

$$P = S \frac{\Delta T}{2 \frac{\Delta x_m}{k_m} + \frac{\Delta x_a}{K_a}} = 10 \cdot 10^{-4} \frac{15}{2 \frac{0,05}{0,15} + \frac{0,01}{0,05}} = 0,0173 \text{ W}.$$

- Una cabaña tiene un tejado de dimensiones de $10 \text{ m} \times 8 \text{ m}$ formado por dos capas: una de madera de pino de 3 cm de espesor y conductividad térmica de $0,2 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$ y otra de tejas de 5 mm de espesor y conductividad térmica $0,8 \text{ W}/(\text{m} \cdot \text{K})$.

- a) Calcula la potencia por conducción a través del tejado si la temperatura interior de la cabaña es de 15 °C y la exterior es de -15 °C.
- b) Aislamos el tejado con una nueva capa de 1 cm de espesor y una conductividad térmica de 0,05 W/m · K. Determina qué porcentaje de la potencia se ha reducido.

Sol.

- a) Calculamos primero el valor R del tejado y, con él, el flujo de calor:

$$R = \frac{\Delta x_m}{k_m} + \frac{\Delta x_a}{k_a} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{0,2} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,8} \approx 0,156 (\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K})/\text{J}.$$

$$P = S \frac{\Delta T}{R} \approx 10 \cdot 8 \cdot \frac{15 - (-15)}{0,156} \approx 15400 \text{ W}.$$

- b) Cuando se coloca el aislamiento, los nuevos valores son

$$R' = \frac{\Delta x_m}{k_m} + \frac{\Delta x_a}{k_a} + \frac{\Delta x_{ais}}{k_{ais}} = \frac{3 \cdot 10^{-2}}{0,2} + \frac{5 \cdot 10^{-3}}{0,8} + \frac{1 \cdot 10^{-2}}{0,05} \approx 0,356 (\text{m}^2 \cdot \text{s} \cdot \text{K})/\text{J}$$

$$P' = S \frac{\Delta T}{R'} \approx 10 \cdot 8 \cdot \frac{15 - (-15)}{0,356} \approx 6740 \text{ W}.$$

El flujo de calor se ha reducido en aproximadamente

$$\frac{15400 - 6740}{15400} = 0,562 \text{ (es decir, un 56,2\%)}$$

4. La pared del salón de una vivienda tiene una ventana en su parte central. La pared tiene 4 m de altura y 6 m de anchura, mientras que la ventana mide 1,5 m de altura y 2 m de anchura. La pared está hecha de una capa de ladrillo (0,63 W/(m · K) de conductividad térmica y 30cm de espesor) y otra de fibra de vidrio (0,042 W/(m · K); 3 cm). El espesor del vidrio de la ventana es de 2 cm y su conductividad térmica 1,1 W/(m · K). Teniendo en cuenta que la temperatura interior de la vivienda es de 22 °C y la exterior es de -5 °C, calcula el flujo de calor a través de la ventana (sin incluir el resto de la pared), el flujo de calor a través del resto de la pared (sin incluir la ventana) y el flujo de calor total hacia el exterior.

Sol. La ventana sólo tiene una capa de vidrio, de modo que el flujo de calor a través de ella es

$$P_v = k_v S_v \frac{\Delta T}{\Delta x_v} = 1,1 \cdot (1,5 \cdot 2) \cdot \frac{22 - (-5)}{0,02} = 4455 \text{ W.}$$

El resto de la pared tiene una capa de ladrillo y otra de aislante. Su R es

$$R = \frac{\Delta x_{lad}}{k_{lad}} + \frac{\Delta x_{ais}}{k_{ais}} = \frac{0,3}{0,63} + \frac{0,03}{0,042} = 1,19 \text{ (m}^2 \cdot \text{K) / W.}$$

El flujo de calor a través de esta parte de la pared es

$$P_r = S_r \frac{\Delta T}{R} = (4 \cdot 6 - 1,5 \cdot 2) \cdot \frac{22 - (-5)}{1,19} = 476 \text{ W.}$$

El flujo de calor P a través de toda la pared es la suma de los dos anteriores

$$P = P_v + P_r \simeq 4455 + 476 = 4931 \text{ W.}$$

5. Una cabaña cúbica, de 5 m de lado, consta de cuatro paredes, un tejado y un suelo, todos de madera. La madera, de conductividad térmica $0,15 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$, tiene un espesor de 20 cm. Teniendo en cuenta que el exterior de la cabaña está a -10°C y el interior a 20°C , calcula el espesor de un revestimiento de conductividad térmica $0,05 \text{ W/(m} \cdot \text{K)}$ si queremos reducir la potencia que sale de la cabaña a la mitad.

Sol. Calculemos primero la potencia P_0 sin revestimiento:

$$P_0 = k_0 S \left| \frac{\Delta T}{\Delta x_0} \right|,$$

donde $S = 25 \times 6 \text{ m}^2$ es la superficie total, k_0 es la conductividad de la madera, $\Delta T = 30^\circ\text{C}$ y $\Delta x_0 = 20 \text{ cm}$. La potencia con revestimiento resulta

$$P = S \left| \frac{\Delta T}{R} \right|, \quad R = \frac{\Delta x_0}{k_0} + \frac{\Delta x}{k},$$

donde Δx y k son el espesor y conductividad térmica del revestimiento,

respectivamente. Como nos dicen que

$$P = \frac{1}{2} P_0,$$

tenemos la siguiente ecuación para Δx :

$$S \frac{\Delta T}{\frac{\Delta x_0}{k_0} + \frac{\Delta x}{k}} = \frac{1}{2} k_0 S \frac{\Delta T}{\Delta x_0} \Rightarrow \Delta x = \frac{\Delta x_0}{k_0} k = \frac{20}{0,15} 0,05 = 6,67 \text{ cm.}$$

!El resultado es independiente de S y ΔT !

6. Estima la energía que pierde una persona por radiación en cinco minutos. Para ello, supón que tiene 2 m^2 de piel a 36°C con una emisividad de $0,9$ y que su entorno está a 25°C .

Sol. Usamos la ley de Stefan-Boltzmann, la potencia neta emitida es

$$\begin{aligned} P &= \sigma S e (T^4 - T_0^4) \\ &= 5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 2 \cdot 0,9 \cdot \left[(273,15 + 36)^4 - (273,15 + 25)^4 \right] \approx 126 \text{ W} \end{aligned}$$

La pérdida de energía en 5 minutos es

$$P = \frac{E}{t} \Rightarrow E = Pt \approx 126 \cdot 5 \cdot 60 \approx 3,77 \times 10^4 \text{ J.}$$

7. Calcula la temperatura del filamento de una bombilla sabiendo que emite 4 W de luz, tiene una superficie de $0,5 \text{ mm}^2$ y una emisividad de $0,96$.

Sol. A partir de la ley de Stefan-Boltzmann,

$$P = \sigma S e T^4 \Rightarrow T = \left(\frac{P}{\sigma S e} \right)^{1/4} = \left(\frac{4}{5,67 \cdot 10^{-8} \cdot 0,5 \cdot 10^{-6} \cdot 0,96} \right)^{1/4} \approx 3480 \text{ K.}$$

El filamento de una bombilla debe tener un punto de fusión suficientemente alto, como por ejemplo el del tungsteno que es de 3683 K .

8. El agua de un recipiente absorbe $5 \cdot 10^9$ J de energía. Teniendo en cuenta que la densidad del agua es de 10^3 kg/m³, su calor específico es 4187 J/(kg · K) y su coeficiente de dilatación volumétrica es $207 \cdot 10^{-6}$ K⁻¹, calcula el aumento de volumen del agua.

Sol. El cambio en la temperatura del agua se puede obtener a partir del calor que absorbe:

$$Q = mc\Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{Q}{mc} = \frac{Q}{\rho V_0 c}.$$

En la última ecuación, se ha usado que $\rho = m/V_0$, donde V_0 es el volumen inicial de agua. El cambio de volumen del agua, por la ley de dilatación térmica, es

$$\Delta V = V_0 \beta \Delta T = V_0 \beta \frac{Q}{\rho V_0 c} = \frac{Q \beta}{\rho c} = \frac{5 \cdot 10^9 \cdot 207 \cdot 10^{-6}}{1000 \cdot 4187} \quad 0,247 \text{ m}^3.$$

9. Introducimos 100 g de metal a 100 °C en 250 g de agua a 5 °C. Teniendo en cuenta que el calor específico del agua es 4187 J/(kg · K) y que la temperatura final del agua y el metal es de 20 °C, calcula el calor específico del metal.

Sol. Consideramos que agua y metal están aislados del exterior. Por tanto, si T_a es la temperatura inicial del agua, T_m es la temperatura inicial del metal y T es la temperatura final de ambos, tendremos

$$Q = 0 = m_a c_a (T - T_a) + m_m c_m (T - T_m)$$

Despejando el calor específico del metal,

$$Q=0=m_a c_a (T-T_a)+m_m c_m (T-T_m)$$

10. Echamos cierta cantidad de hielo a 0 °C en 1 ℓ de agua a 90 °C. La mezcla, que permanece aislada del exterior, alcanza una temperatura de equilibrio de 50 °C. Teniendo en cuenta que la densidad del agua es de 10^3 kg/m³, el calor específico del agua es 4187 J/(kg · K) y el calor latente de fusión del hielo es $3,3 \times 10^5$ J/kg, calcula la masa de hielo.

Sol. Inicialmente, tenemos una masa de agua $m_a = \rho_a V_a = 10^3$ kg. Dado que no se transfiere calor al exterior,

$$Q = 0 = m_a c_a (T - T_a) + m_h c_a (T - T_h) + m_h L_f.$$

Nótese que toda la masa de hielo m_h se transforma en agua a una temperatura $T_h = 0$ °C, de manera que el aumento de temperatura de esta masa se produce con el calor específico del agua, como hemos escrito. Despejando la masa de hielo,

$$m_h = \frac{-m_a c_a (T - T_a)}{c_a (T - T_h) + L_f} = \frac{-1 \cdot 4187 \cdot (50 - 90)}{4187 \cdot (50 - 0) + 3,3 \cdot 10^5} \approx 0,311 \text{ kg}.$$