

4 CORRIENTE ELÉCTRICA

4.1 Ecuaciones relevantes.

■ Intensidad de la corriente eléctrica.

Se define la intensidad de corriente eléctrica como el flujo de carga que por unidad de tiempo atraviesa la sección transversal S de un conductor

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t} = qnSv_d \quad (4.1)$$

siendo q la carga total de los portadores de carga, n la densidad de portadores o portadores por unidad de volumen del conductor y v_d la velocidad media de desplazamiento de dichos portadores.

La unidad de corriente en el S.I. es el Amperio [A].

■ Resistencia y resistividad. Ley de Ohm.

Cuando entre dos puntos a y b de un conductor hay una diferencia de potencial ΔV implica que en el interior del conductor hay un campo eléctrico $\vec{E}$ que genera una fuerza sobre los portadores libres de carga del conductor, $\vec{F} = q\vec{E}$. Esta fuerza produce un movimiento de dichos portadores lo que nos lleva a la generación de una corriente eléctrica.

El cociente entre la caída de potencial y la intensidad de corriente que circula por un conductor se llama resistencia del conductor, R .

$$R = \frac{\Delta V}{I} = \rho \frac{L}{S} \quad (4.2)$$

donde ρ es la resistividad del material, L es la longitud del conductor y S su sección.

En el Sistema Internacional la unidad de resistencia se denomina Ohmio [Ω].

Una forma de reescribir la ecuación (4.2) es la conocida como Ley de Ohm:

$$\Delta V = IR \quad (4.3)$$

según la cual la caída de tensión en un conductor es el producto de la intensidad que circula por él y por su resistencia.

■ Fuentes.

Una fuente es un dispositivo que suministra energía a un circuito eléctrico. Se define la fuerza electromotriz de una fuente, ε o f.e.m., como el

trabajo por unidad de carga que realiza la fuente sobre la partícula cargada cuando esta la atraviesa. Su unidad en el Sistema Internacional es el voltio [V].

La potencia aportada por la fuente al circuito viene dada por:

$$P = \varepsilon I \quad (4.4)$$

siendo I la intensidad que atraviesa la propia batería. Su unidad en el Sistema Internacional es el Vatio [W].

Dentro de las fuentes podemos diferenciar dos tipos:

- Baterías ideales: son las fuentes que mantienen constante la diferencia de potencial entre sus bornes, independientemente de la intensidad que suministren.
- Baterías reales: en este caso la diferencia de potencial entre sus bornes depende de la intensidad que circula por ellas. Este efecto se puede modelizar considerando una batería real como una ideal con una pequeña resistencia en serie a la cual llamaremos resistencia interna, r_i . De este modo, la diferencia de potencial a la salida de la batería es:

$$\Delta V = \varepsilon - I r_i \quad (4.5)$$

■ Potencia y energía consumida en una resistencia.

Cuando por un elemento resistivo de un circuito circula una intensidad de corriente se produce una disipación de energía en dicho elemento. El ritmo al que se disipa esta energía es lo que denominamos potencia, y viene dada por:

$$P = \Delta V I = I^2 R = \frac{\Delta V^2}{R} \quad (4.6)$$

Si ahora tenemos en cuenta que la potencia no es más que la energía disipada por unidad de tiempo, podemos calcular la energía disipada entre dos tiempos, t_0 y t_f , sin más que aplicar su definición:

$$E = \int_{t_0}^{t_f} P dt \quad (4.7)$$

en el caso de que la potencia no dependa del tiempo (corrientes constantes), podemos obtener la energía disipada mediante:

$$E = \int_{t_0}^{t_f} P dt = \Delta V I \Delta t = I^2 R \Delta t = \frac{V^2}{R} \Delta t \quad (4.8)$$

siendo $\Delta t = t_f - t_0$.

■ Asociación de resistencias.

- *Asociación en serie:* sea un conjunto de resistencias $R_1, R_2 \dots R_n$ conectadas en serie, esta asociación se puede simular mediante una única resistencia a la cual denominaremos resistencia equivalente R_{eq} y cuyo valor viene dado por:

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + \dots + R_n = \sum_i R_i \quad (4.9)$$

- *Asociación en paralelo:* de igual modo si el conjunto de resistencias $R_1, R_2 \dots R_n$ se conectan en paralelo, el valor de la resistencia equivalente R_{eq} vendrá dado por:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n} = \sum_i \frac{1}{R_i} \quad (4.10)$$

■ Leyes de Kirchhoff.

- *1ª Ley de Kirchhoff:* al recorrer un circuito cerrado, la suma algebraica de las variaciones de potencial es igual a cero.

$$\sum_i V_i = 0 \quad (4.11)$$

- *2ª Ley de Kirchhoff:* en toda unión de un circuito donde la corriente pueda dividirse (nodo), la suma de las corrientes entrantes (I_{in}) es igual a la suma de las corrientes salientes (I_{out})

$$\sum I_{in} = \sum I_{out} \quad (4.12)$$

4.2 Ejercicios

1. Un elemento de un circuito produce una energía de 10 kJ en 5 min. Calcular la potencia media producida.

Solución

Se trata simplemente de calcular la energía transferida en un tiempo dado:

$$P_m = \frac{\Delta E}{\Delta t} = \frac{10000}{5 \cdot 60} = 33,3 \text{ W}$$

2. El motor de corriente continua de una máquina industrial consume una potencia 50 W durante 2 horas. A continuación se incrementa el esfuerzo requerido y el motor consume 100 W durante 1 hora. Calcular la energía consumida a lo largo del periodo de funcionamiento.

Solución

Se analizan los dos periodos por separado. Durante la primera parte:

$$E_1 = \int_0^{t_{fin}} V(t)I(t)dt = P\Delta t = 50 \cdot 2 \cdot 3600 = 36 \cdot 10^4 \text{ J}$$

A lo largo del segundo periodo tenemos:

$$E_2 = P\Delta t = 100 \cdot 1 \cdot 3600 = 36 \cdot 10^4 \text{ J}$$

La energía consumida total es $E_1 + E_2 = 72 \cdot 10^4 \text{ J}$

3. Un cable de cobre transporta una corriente continua de 20 A a lo largo de una distancia de 2000 m. A partir de la información disponible en el capítulo, hallar el diámetro del cable para que las pérdidas por disipación en el mismo sean inferiores a 100 W. Dato: $\rho_{Cu} = 16,76 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$.

Solución

Conocida la conductividad del cobre, la resistencia del cable se puede hallar mediante la fórmula (4.2):

$$R = \frac{\rho l}{S}$$

con $l = 2000 \text{ m}$ y $\rho = 16,76 \text{ n}\Omega \cdot \text{m}$. Las pérdidas, que no deben exceder $P_{max} = 100 \text{ W}$, se calculan como:

$$P_{max} = R_{max} I^2$$

es decir que la resistencia tendrá que ser inferior a:

$$R_{max} < \frac{P_{max}}{I^2} = 0,25 \Omega$$

La sección mínima del conductor para obtener esta resistencia será:

$$S_{min} > \frac{\rho l}{R_{max}}$$

Y se obtiene $S_{min} > 1,34 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Es decir, un diámetro mínimo de 13,06 mm

4. Una resistencia que puede disipar como máximo 100 W se diseña para funcionar con una diferencia de potencial de 200 V, responder a las siguientes preguntas:

- a) ¿Cuánto vale la resistencia y qué intensidad circula por ella?
- b) ¿Qué potencia disipa la resistencia si se alimenta a 125 V?

Solución

a) Como la potencia y la tensión son datos del problema, la resistencia se puede deducir de la siguiente fórmula:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P} = \frac{200^2}{100} = 400 \, \Omega$$

La intensidad se calcula mediante la ley de Ohm:

$$I = \frac{\Delta V}{R} = \frac{200}{400} = 0,5 \, A$$

b) Cuando se alimenta la resistencia con 125 V, la potencia disipada será:

$$P = \frac{\Delta V^2}{R} = \frac{125^2}{400} = 39 \, W$$

5. Por un cable de cobre de 100 m de longitud y $10 \, \text{mm}^2$ de sección, circula una corriente eléctrica de 1 A.

- a) Calcular la resistencia del cable.
- b) ¿Cuál es la diferencia de potencial en sus extremos?
- c) ¿Cuál es la potencia disipada por el cable?

Datos: $\rho_c = 17 \cdot 10^{-9} \, \Omega \cdot \text{m}$

Solución

- a) La resistencia del cable se obtiene por aplicación directa de la ecuación que relaciona la resistencia con las características físicas del cable y la resistividad del material (4.2):

$$R = \frac{\rho_c l}{S} = \frac{17 \cdot 10^{-9} \cdot 100}{10 \cdot 10^{-6}} = 0,17 \, \Omega$$

- b) La diferencia de potencial en los extremos del cable se puede calcular usando la ley de Ohm:

$$\Delta V = R \cdot I = 0,17 \cdot 1 = 0,17 \, \text{V}$$

- c) La potencia disipada por el cable se calcula fácilmente al tener la tensión y la corriente que circula por el cable:

$$P = \Delta V \cdot I = 0,17 \cdot 1 = 0,17 \, \text{W}$$

6. Una resistencia de valor R se conecta a una fuente de voltaje, V , de modo que la corriente que circula por ella es de 3 A. A continuación, se conecta otra resistencia de valor $R/4$ en paralelo con la primera. ¿Cuánto vale la corriente total que circula por el nuevo circuito?

Solución

Para poder evaluar la corriente generada por la fuente de alimentación, necesitamos calcular la resistencia equivalente formada por las dos resistencias en paralelo:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R/4} = \frac{5}{R}$$

Es decir $R_{eq} = R/5$.

Para calcular la diferencia de potencial de la fuente analizaremos la información que nos proporciona el enunciado. Por un lado, cuando únicamente la primera resistencia está conectada a nuestra fuente de voltaje podemos escribir

$$V = R \cdot I = 3 \cdot R$$

Por otro lado, al conectar la segunda resistencia, tenemos una resistencia equivalente $R_{eq} = R/5$, con lo que la corriente generada por la fuente una vez que la segunda resistencia ha sido conectada se puede hallar fácilmente mediante la ley de Ohm.

$$I = \frac{V}{R/5} = \frac{3 \cdot R}{R/5} = 15 \, \text{A}$$

7. Dos resistencias, R_A y R_B , disipan la misma potencia, pero la caída de potencial a través de la resistencia R_A es el doble que la de la resistencia R_B .

- a) Calcular el valor de R_B en función de R_A .
- b) Calcular la razón entre las intensidades que circulan por R_A y R_B (I_A/I_B).

Solución

- a) Llamaremos ΔV_A a la caída de potencial en R_A y ΔV_B a la caída en R_B . En el enunciado nos indican que las dos resistencias disipan la misma potencia y que $\Delta V_A = 2 \Delta V_B$. El hecho de que las resistencias disipen la misma potencia implica que:

$$P_A = P_B \rightarrow \frac{\Delta V_A^2}{R_A} = \frac{\Delta V_B^2}{R_B}$$

Despejamos R_B y sustituimos ΔV_A por $2\Delta V_B$ en la ecuación anterior:

$$R_B = R_A \frac{\Delta V_B^2}{\Delta V_A^2} = R_A \frac{\Delta V_B^2}{(2\Delta V_B)^2} = \frac{R_A}{4}$$

- b) Ahora calculamos la relación entre las corrientes. La potencia disipada en ambas resistencias es la misma y se puede expresar en función de las corrientes que circulan por cada una de las resistencias:

$$P_A = P_B \rightarrow R_B \cdot I_B^2 = R_A \cdot I_A^2$$

Si sustituimos los valores de las resistencias obtenemos la razón que se nos pide:

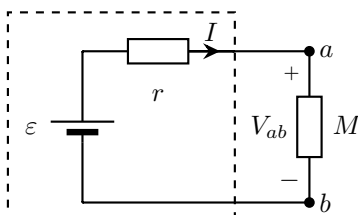
$$\frac{I_A}{I_B} = \sqrt{\frac{R_B}{R_A}} = \sqrt{\frac{R_A/4}{R_A}} = 0,5$$

8. Una batería con una f.e.m. de 12 V tiene una diferencia de potencial en sus extremos de 11,4 V cuando la intensidad suministrada a un motor es de 20 A. Calcular:

- ¿Cuál es la resistencia interna de la batería?
- ¿Qué potencia suministra la batería?
- De la potencia suministrada, ¿cuánta se pierde dentro de la propia batería?
- Si en lugar de alimentar el motor, alimenta una resistencia de $2\ \Omega$, ¿cuál es la diferencia de potencial entre los bornes de la batería?

Solución

a) El problema se resume en el esquema siguiente:



A partir de esta figura y de los datos del problema, se puede encontrar la resistencia interna r de la batería. Con la ley de Kirchhoff se obtiene:

$$\varepsilon - rI - V_{ab} = 0$$

donde $I = 20\text{ A}$, $V_{ab} = 11,4\text{ V}$, $\varepsilon = 12\text{ V}$.

Despejando de la ecuación anterior obtenemos $r = 0,03\ \Omega$.

b) La potencia suministrada por la batería es:

$$P = V_{ab}I = 11,4 \cdot 20 = 228\text{ W}$$

c) La potencia que se disipa internamente en la batería es la potencia de la resistencia interna r . Esta potencia vendrá dada por:

$$P_r = rI^2 = 0,03 \cdot 20^2 = 12\text{ W}$$

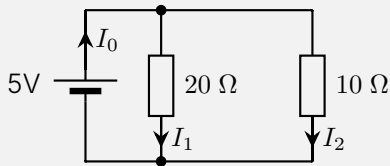
- d) Cambiando el motor por una resistencia de $R = 2 \, \Omega$, se obtiene la ecuación del circuito:

$$\varepsilon - rI - RI = 0$$

La corriente es entonces: $I = 12/2,03 = 5,91 \, \text{A}$. La diferencia de potencial en los bornes de la batería será $V_{ab} = RI = 11,8 \, \text{V}$.

Esta diferencia de potencial también la podríamos calcular mediante la ecuación $V_{ab} = \varepsilon - rI = 12 - 0,03 \cdot 5,91 = 11,8 \, \text{V}$.

9. Calcular las corrientes marcadas en el siguiente circuito:



Solución

Cada resistencia se encuentra conectada en paralelo a la fuerza electromotriz de 5 V. Para calcular la corriente basta con aplicar la ley de Ohm a cada resistencia:

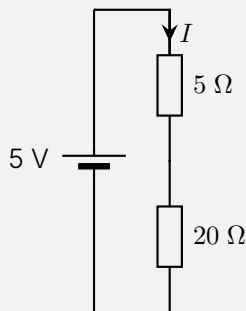
$$I_1 = \frac{5}{20} = 0,25 \, \text{A}$$

$$I_2 = \frac{5}{10} = 0,5 \, \text{A}$$

La corriente I_0 se obtiene aplicando la ley de Kirchhoff en uno de los dos nudos del circuito. El balance de corriente nos proporciona la ecuación:

$$I_0 = I_1 + I_2 = 0,75 \, \text{A}$$

10. Calcular la corriente marcada y la diferencia de potencial de las resistencias en el circuito de la figura:



Solución

La corriente de la malla del circuito se puede hallar calculando la resistencia equivalente formada por las dos resistencias en serie cuyo valor es $R_{eq} = 20 + 5 = 25 \Omega$. La diferencia de potencial en esta nueva resistencia es 5 V y por lo tanto la corriente que atraviesa R_{eq} es:

$$I = \frac{5}{25} = 0,2 \text{ A}$$

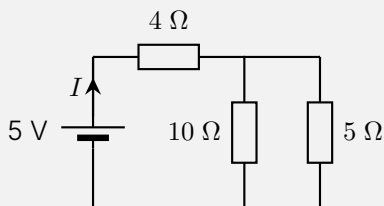
Esta es la misma corriente que atraviesa cada una de las resistencias de 5Ω y 20Ω antes de juntarlas en una única resistencia equivalente.

Una vez obtenida la corriente de la malla, se puede aplicar la ley de Ohm a cada elemento para obtener la diferencia de potencial:

$$V_{20 \Omega} = 0,2 \cdot 20 = 4 \text{ V}$$

$$V_{5 \Omega} = 0,2 \cdot 5 = 1 \text{ V}$$

11. Calcular la corriente marcada del circuito siguiente:



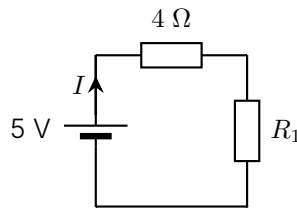
Solución

En este circuito queremos hallar la corriente de la fuente de 5 V conectada a varias resistencias. Para resolver este tipo de circuitos, el método más directo es la reducción de todas las resistencias a una única resistencia equivalente. Dado que solo hay resistencias, se puede encontrar un equivalente único conectado a la fuente de fuerza electromotriz.

Empezando por las resistencias en paralelo tenemos:

$$\frac{1}{R_1} = \frac{1}{10} + \frac{1}{5}$$

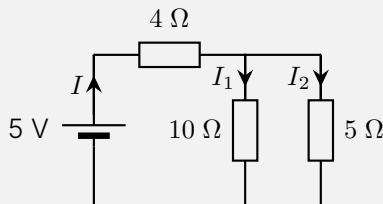
dando el resultado numérico $R_1 = 10/3 \Omega$. El circuito parcial con esta resistencia equivalente es:



Quedan dos resistencias en serie: $R_2 = 4 + R_1 = 22/3 \Omega$. La última etapa consiste en despejar la corriente:

$$I = \frac{5}{22/3} = \frac{15}{22} \text{ A}$$

12. Calcular las corrientes marcadas en el circuito siguiente:

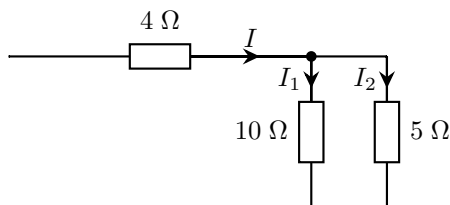
**Solución**

En este problema observamos que las dos resistencias de 10Ω y 5Ω están en paralelo. Por definición tienen la misma diferencia de potencial

en sus bornes. Aplicando la ley de Ohm a cada resistencia se obtiene la igualdad:

$$10I_1 = 5I_2$$

En el ejercicio anterior hemos obtenido la corriente de la fuente de fuerza electromotriz de 5 V, siendo $I = 15/22$ A. En el nudo de marcado en la figura siguiente, se aplica el balance de corriente de la ley de Kirchhoff:

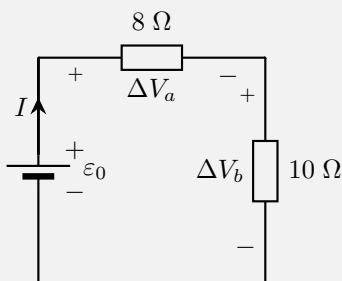


Se obtiene $I = I_1 + I_2$. Usando la relación entre las corrientes I_1 e I_2 , se consigue:

$$I_1 + 2 I_1 = I$$

Despejando la corriente I_1 , llegamos a $I_1 = I/3 = 5/22$ A. La corriente I_2 es $I_2 = 2I_1 = 10/22$ A.

13. Si por el circuito de la figura circula una corriente $I = 1$ A, calcule el valor de la fuerza electromotriz, ε_0 , de la batería.



Solución

Para poder encontrar el valor ε_0 podemos aplicar la ley de Kirchhoff a la malla del circuito eligiendo un sentido para el balance de diferencia de potencial.

Una vez fijada la corriente, en las resistencias la corriente circula de potencial alto a potencial bajo. Por lo que es útil indicar un signo + en el extremo de potencial alto y un - en el potencial más bajo.

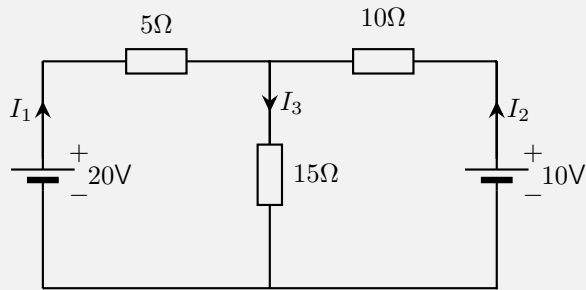
A la hora de aplicar la ley de Kirchhoff sobre un recorrido cerrado del circuito, se pueden observar las bajadas y subidas de potenciales. Al recorrer el circuito, si el potencial baja (de + a -) restamos esta diferencia de potencial al balance de la ecuación. Para subidas (de - a +) sumamos estas diferencias.

La suma neta sobre una malla siempre resulta cero en el contexto de las leyes de Kirchhoff:

$$\varepsilon_0 - \Delta V_a - \Delta V_b = 0$$

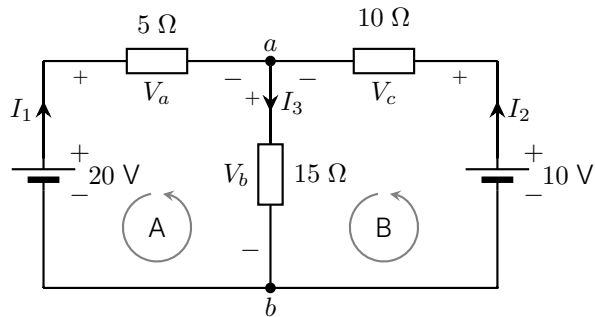
Dada la corriente $I = 1\text{ A}$, podemos calcular las diferencias de potencial ΔV_a y ΔV_b con la ley de Ohm: $\Delta V_a = 8\text{ V}$ y $\Delta V_b = 10\text{ V}$. Suman $\varepsilon_0 = 18\text{ V}$.

14. Obtener las corrientes marcadas en el circuito siguiente.



Solución

Este circuito tiene dos mallas independientes que no se pueden reducir mediante asociaciones de resistencias en serie o paralelo. Por lo tanto, tendremos que plantear las ecuaciones de Kirchhoff para uno de los dos nudos y para ambas mallas. Un primer paso para la resolución es marcar en el circuito las diferencias de potencial, los nudos y el sentido elegido para aplicar la ley de Kirchhoff:



Empezamos por plantear las ecuaciones de las dos mallas comenzando ambas por el nodo b :

$$A : V_b + V_a - 20 = 0$$

$$B : 10 - V_c - V_b = 0$$

Para completar el sistema aplicamos la ley de Ohm para cada resistencia:

$$A : 15I_3 + 5I_1 - 20 = 0$$

$$B : 10 - 10I_2 - 15I_3 = 0$$

Son dos ecuaciones lineales independientes con tres incógnitas. La última ecuación procede de uno de los dos nudos a y b . El balance de corriente para estos nudos es idéntico, cualquiera de los dos es válido. Para el nudo a):

$$I_1 + I_2 = I_3$$

El sistema de ecuaciones completo es:

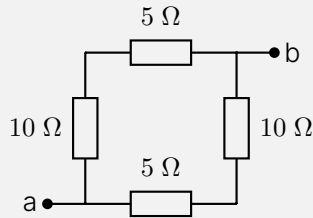
$$15I_3 + 5I_1 = 20$$

$$10I_2 + 15I_3 = 10$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

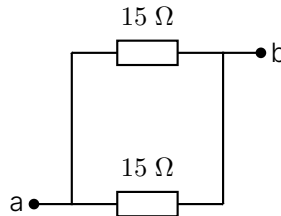
La solución del sistema es: $I_1 = 1,27 \text{ A}$, $I_2 = -0,36 \text{ A}$, $I_3 = 0,91 \text{ A}$.

15. Calcular la resistencia equivalente formada por la asociación de resistencias del circuito siguiente:



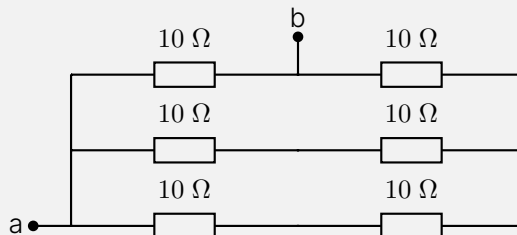
Solución

Cuando tratamos de reducir una red de resistencias a una única resistencia equivalente debemos fijarnos primero en las resistencias en serie. En este caso aparecen dos ramas con una resistencia de $5\ \Omega$ y otra de $10\ \Omega$ en serie. La suma es $15\ \Omega$ y obtenemos el siguiente circuito simplificado:



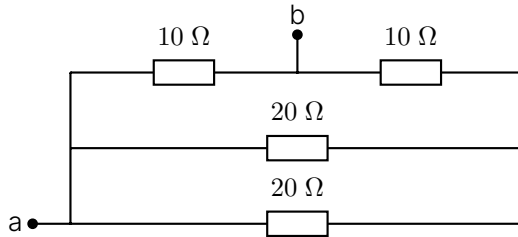
Aparecen claramente dos resistencias en paralelo de $15\ \Omega$ cuya asociación no da una resistencia equivalente de $R_{eq} = \frac{15}{2}\ \Omega$.

16. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos a y b formada por la asociación de resistencias del circuito siguiente:

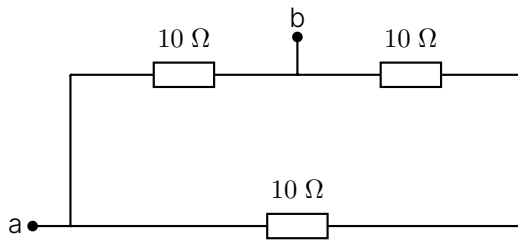


Solución

Para resolver este circuito primero asociamos las resistencias en serie:



Tenemos dos resistencias de $20\ \Omega$ conectadas en paralelo, la asociación de las dos es una resistencia equivalente de $10\ \Omega$:



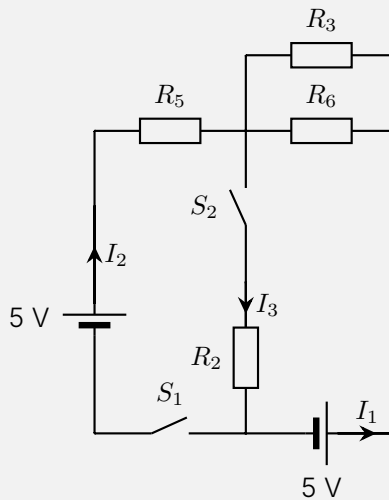
En este último circuito tenemos dos resistencias de $10\ \Omega$ en serie cuya resistencia equivalente es $R_{eq1} = 10\Omega + 10\Omega = 20\Omega$, que a su vez está en paralelo con la tercera resistencia de $10\ \Omega$. La resistencia equivalente total es:

$$R_{eq} = \frac{1}{1/20 + 1/10} = \frac{20}{3}\ \Omega$$

17. En el circuito de la figura siguiente tenemos dos interruptores S_1 y S_2 inicialmente abiertos:

- Calcular las corrientes marcadas estando los dos interruptores abiertos.
- Se cierra el interruptor S_1 , calcular de nuevo las corrientes I_1 e I_2 .
- Se abre el interruptor S_1 y se cierra S_2 , calcular la energía disipada en la resistencia R_2 durante 6 minutos.

Datos: $R_1 = 3 \, \Omega$, $R_2 = 3 \, \Omega$, $R_3 = 2 \, \Omega$, $R_4 = 8 \, \Omega$, $R_5 = 6 \, \Omega$, $R_6 = 2 \, \Omega$



Solución

- Cuando los dos interruptores están abiertos no hay corriente circulando en ninguna de las ramas del circuito y por lo tanto, todas las corrientes son nulas.
- Al cerrar el interruptor S_1 , con el otro interruptor abierto, se conectan en serie las dos fuentes de 5 V. Al estar con polaridades opuestas, la fuerza electromotriz resultante es nula y las corrientes son de nuevo todas nulas.
- Al cerrar S_2 , con S_1 abierto, se establece un circuito formado por

la fuente de 5 V en serie con la resistencia R_2 y las resistencias R_3 y R_6 en paralelo. Como consecuencia, la corriente I_3 e I_1 son idénticas. El resultado numérico es:

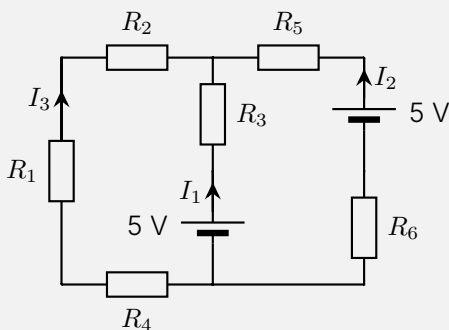
$$I_1 = I_3 = \frac{5}{R_2 + \frac{R_3 \cdot R_6}{R_3 + R_6}} = 1,25 \text{ A}$$

Se puede hallar la energía que disipa la resistencia R_2 durante 6 minutos en julios:

$$\mathcal{E}_{R_2} = R_2 \cdot I_1^2 \cdot \Delta T = 3 \cdot 1,25^2 \cdot 6 \cdot 60 = 1687,5 \text{ J}$$

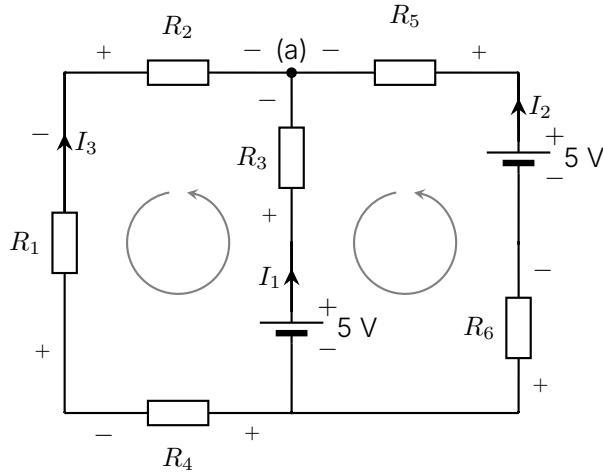
18. Calcular las corrientes I_1 , I_2 , I_3 del circuito siguiente.

Datos: $R_1 = 3 \Omega$, $R_2 = 3 \Omega$, $R_3 = 2 \Omega$, $R_4 = 8 \Omega$, $R_5 = 6 \Omega$, $R_6 = 2 \Omega$



Solución

Podemos observar que este circuito tiene únicamente 3 corrientes diferentes que son las que debemos calcular. Necesitaremos por tanto 3 ecuaciones independientes.



Estas ecuaciones las plantearemos aplicando la 1ª Ley de Kirchhoff a dos mallas independientes y la 2ª ley de Kirchhoff al nodo (a) indicado en la figura del circuito. Se consideran las corrientes que entran al nodo como positivas y las corrientes salientes negativas.

$$\begin{aligned} R_3 I_1 - R_2 I_3 - R_1 I_3 - R_4 I_3 - 5 &= 0 \\ R_3 I_1 - R_5 I_2 - R_6 I_2 - 5 + 5 &= 0 \\ I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

Tenemos un sistema de tres ecuaciones que podemos resolver con métodos habituales de resolución de sistemas lineales. Sustituimos los valores en el sistema:

$$\begin{aligned} 2I_1 - 3I_3 - 3I_3 - 8I_3 &= 5 \\ 2I_1 - 6I_2 - 2I_2 &= 0 \\ I_1 + I_2 + I_3 &= 0 \end{aligned}$$

La segunda ecuación nos da inmediatamente una relación entre I_1 e I_2 : $I_1 = 4I_2$. Usando esta ecuación y sustituyendo I_2 en la tercera obtenemos:

$$I_1 + I_2 + I_3 = I_1 + \frac{1}{4}I_1 + I_3 = \frac{5}{4}I_1 + I_3 = 0$$

Esta última ecuación puede sustituirse en la primera ecuación del sistema para obtener I_1 :

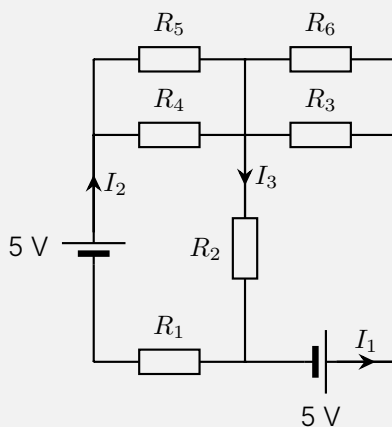
$$2I_1 - 14I_3 = 2I_1 + 14\frac{5}{4}I_1 = \frac{39}{2}I_1 = 5$$

De allí $I_1 = 10/39$ A, $I_2 = 5/78$ A e $I_3 = -25/78$ A.

El hecho de que I_3 tenga un valor negativo significa que la corriente I_3 circula en el sentido opuesto al que nos ha marcado el enunciado. Si observamos el circuito del problema, las tres intensidades se han dibujado saliendo de uno de los nodos (o entrando si nos fijamos en el otro nodo), por lo que si queremos que se cumpla la 2ª Ley de Kirchhoff, alguno de los términos tiene que tener signo negativo simplemente por el principio de conservación de carga.

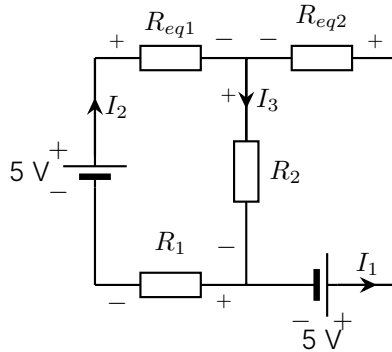
19. Calcular las corrientes I_1 , I_2 , I_3 del circuito siguiente.

Datos: $R_1 = 3 \, \Omega$, $R_2 = 3 \, \Omega$, $R_3 = 2 \, \Omega$, $R_4 = 8 \, \Omega$, $R_5 = 6 \, \Omega$, $R_6 = 2 \, \Omega$



Solución

Para resolver este problema, antes de ponernos a plantear ecuaciones, es conveniente reducir el circuito usando asociaciones de elementos resistivos. Así, por un lado están R_4 y R_5 en paralelo y por otro lado R_3 y R_6 también conectadas en paralelo, de modo que obtenemos R_{eq1} y R_{eq2} respectivamente.

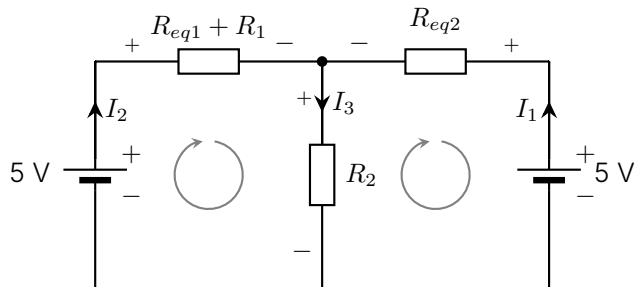


Calculamos las resistencias equivalentes R_{eq1} y R_{eq2} :

$$R_{eq1} = 1 / (1/R_4 + 1/R_5) = \frac{24}{7} \Omega$$

$$R_{eq2} = 1 / (1/R_3 + 1/R_6) = 1 \Omega$$

En el circuito obtenido tras la simplificación, aparecen R_1 y R_{eq1} en serie, con lo que podemos redibujar el circuito de una forma más amena para su resolución:



Podemos establecer el sistema de ecuaciones independientes usando las leyes de Kirchhoff que permite resolver el circuito. Las dos primeras ecuaciones proceden de las mallas siguiendo el sentido marcado. La última ecuación se deduce aplicando la Ley de Kirchhoff al nudo marcado arriba:

$$(R_{eq1} + R_1)I_2 + R_2I_3 - 5 = 0$$

$$R_{eq2}I_1 + R_2I_3 - 5 = 0$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

Sustituimos los valores y resolvemos el sistema de ecuaciones:

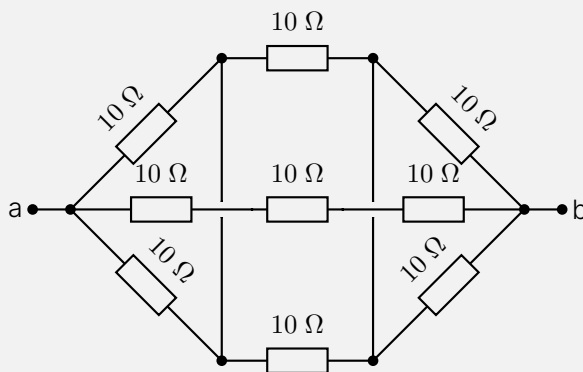
$$\frac{45}{7}I_2 + 3I_3 = 5$$

$$I_1 + 3I_3 = 5$$

$$I_1 + I_2 - I_3 = 0$$

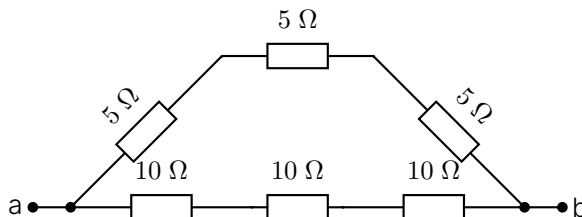
La solución es: $I_1 = \frac{75}{67} \text{ A}$, $I_2 = \frac{35}{201} \text{ A}$, $I_3 = \frac{260}{201} \text{ A}$.

20. Calcular la resistencia equivalente entre los puntos *a* y *b* formada por la asociación de resistencias del circuito siguiente:



Solución

Aunque este circuito parece complicado, se puede reducir con facilidad si nos damos cuenta de que las resistencias de 10Ω de la rama de arriba y de la rama de abajo están en paralelo dos a dos. Para ello debemos observar que los vértices de las ramas superior e inferior están conectados mediante un hilo conductor, lo que hace que se encuentren al mismo potencial.



La reducción es ahora trivial, en la rama de abajo tenemos 3 resistencias en serie de 10Ω y en la rama de arriba son 3 resistencias de 5Ω en serie.

El resultado es una resistencia de $30\ \Omega$ en paralelo con una resistencia de $15\ \Omega$ en serie cuyo equivalente vale: $R_{eq} = 10\ \Omega$.