

## 6 FUERZAS MAGNÉTICAS

### 6.1 Ecuaciones Relevantes.

#### ■ Fuerza magnética sobre partícula cargada o Ley de Lorentz.

Cuando una partícula con carga  $q$  se mueve con una velocidad  $\vec{v}$  en una región del espacio en la que hay un campo magnético  $\vec{B}$ , esta experimenta una fuerza perpendicular al plano generado por ambos vectores y que viene determinada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \quad (6.1)$$

Si en lugar de una carga puntual lo que tenemos es una corriente eléctrica,  $I$ , la fuerza sobre cada elemento diferencial de corriente será:

$$d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B} \quad (6.2)$$

siendo  $d\vec{l}$  un vector de módulo  $dl$  y sentido el que lleva la corriente.

Un aplicación particular de este fenómeno es el caso de dos corrientes paralelas infinitas separadas una distancia  $d$ .

En este caso, aparecerá una fuerza sobre cada una de las corrientes debido al campo magnético que la otra genera en la zona donde se encuentra la primera. Obviamente, al tratarse de corrientes infinitas, no tiene sentido hablar de fuerza total, pero sí de fuerza por unidad de longitud,  $F/l$ . Haciendo uso de las ecuaciones (5.8) y (6.2), obtenemos:

$$\frac{F}{l} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi d} \quad (6.3)$$

Para determinar el sentido de la fuerza deberemos hacer el producto vectorial  $d\vec{l} \times \vec{B}$ .

El resultado que obtendremos es sencillo, corrientes paralelas con el mismo sentido se atraen, mientras que si las corrientes llevan sentidos opuestos, las corrientes se repelen.

#### ■ Movimiento de cargas puntuales en el seno de un campo magnético.

Una partícula de masa  $m$  y carga  $q$  que se mueve con una velocidad  $\vec{v}$  perpendicular a un campo magnético describirá una órbita circular de radio  $R$  y periodo  $T$ .

$$R = \frac{mv}{|q|B} \quad (6.4)$$

$$T = \frac{2\pi m}{|q|B} \quad (6.5)$$

En este caso el campo magnético no realiza trabajo sobre la partícula y no modifica la energía cinética de la partícula, modifica  $\vec{v}$  pero no  $|\vec{v}|$ .

### ■ Espiras de corriente.

Cuando una espira de corriente es introducida en un campo magnético las fuerzas que actúan sobre ella generan un momento  $\vec{M}$  (o torque,  $\vec{\tau}$ ) que viene dado por:

$$\vec{M} = NI\vec{S} \times \vec{B} = \vec{\mu} \times \vec{B} \quad (6.6)$$

donde  $N$  es el número de vueltas de la espira,  $I$  la intensidad de corriente que circula por ella y  $\vec{S} = S\vec{u}_n$  es el vector normal a la superficie de la espira y cuyo sentido viene determinado por el sentido de la corriente y la regla de la mano derecha.

La magnitud  $\vec{\mu}$  se conoce como momento dipolar magnético o momento magnético,

$$\vec{\mu} = NIS\vec{u}_n \quad (6.7)$$

En función de estos términos podemos definir la energía potencial de la espira:

$$U = -\mu B \cos\theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} \quad (6.8)$$

## 6.2 Ejercicios

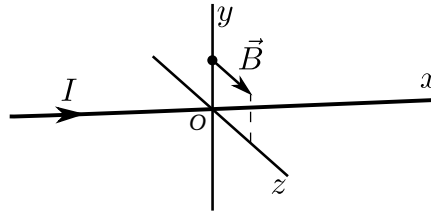
1. Un cable rectilíneo situado sobre el eje  $x$  lleva una corriente  $I = 10$  A en el sentido positivo del eje. Una partícula de carga  $q = 10 \mu\text{C}$  se encuentra en la coordenada  $y = 1$  cm. Determine la fuerza que actúa sobre la partícula en los siguientes casos:

- a)  $\vec{v} = 1\vec{i} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- b)  $\vec{v} = 1\vec{j} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- c)  $\vec{v} = 0,5\vec{i} + 0,8\vec{j} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .
- d)  $\vec{v} = 0,5\vec{i} + 0,8\vec{j} + 2\vec{k} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ .

### Solución

El campo magnético generado por el cable en el punto  $y = 1 \text{ cm}$  se puede expresar vectorialmente por:

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{2\pi y} \vec{k} = 2 \cdot 10^{-4} \vec{k} \text{ T} \quad (6.9)$$



El vector se deduce de la regla de la mano derecha aplicada al hilo de corriente.

Se puede ahora calcular las fuerzas en cada situación:

- a)  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4} (\vec{i} \times \vec{k}) = 2 \cdot 10^{-9} (-\vec{j}) \text{ N}$
- b)  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4} (\vec{j} \times \vec{k}) = 2 \cdot 10^{-9} \vec{i} \text{ N}$
- c)  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4} ((0,5\vec{i} + 0,8\vec{j}) \times \vec{k}) = 2 \cdot 10^{-9} (-0,5\vec{j} + 0,8\vec{i}) \text{ N}$
- d)  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = 10 \cdot 10^{-6} \cdot 2 \cdot 10^{-4} ((0,5\vec{i} + 0,8\vec{j} + 2\vec{k}) \times \vec{k}) = 2 \cdot 10^{-9} (-0,5\vec{j} + 0,8\vec{i}) \text{ N}$

2. Una partícula  $q = 1\mu\text{C}$  pasa por el origen de coordenadas en el instante  $t_0$  con velocidad  $\vec{v} = 100\vec{i} + 14\vec{k} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Si el campo magnético en el origen de coordenadas vale  $\vec{B} = 0,3\vec{i} + 0,01\vec{j} + 0,1\vec{k} \text{ T}$ , determine la fuerza magnética sobre la partícula en este instante.

Siendo la masa de la partícula  $m = 1 \cdot 10^{-6} \text{ kg}$ , ¿cuál es la aceleración sobre la partícula?

### Solución

Aplicamos la definición de la fuerza de Lorentz:

$$\begin{aligned} \vec{F} &= q\vec{v} \times \vec{B} = q \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ v_x & v_y & v_z \\ B_x & B_y & B_z \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot 10^{-6} \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ 100 & 0 & 14 \\ 0,3 & 0,01 & 0,1 \end{vmatrix} = -1,4 \cdot 10^{-7} \vec{i} - 5,8 \cdot 10^{-6} \vec{j} + 1 \cdot 10^{-6} \vec{k} \text{ N} \end{aligned}$$

La aceleración se deduce de las leyes de Newton. Siendo  $\vec{F}$  la fuerza, tenemos:

$$\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = -0,14\vec{i} - 5,8\vec{j} + 1,0\vec{k} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

3. Una corriente eléctrica de  $I = 1 \text{ A}$  circula en un cable infinito a lo largo del eje  $x$  en dirección  $x$  creciente. En un determinado instante, una partícula cargada,  $q = 1 \cdot 10^{-6} \text{ C}$ , pasa por el punto  $(0, 10, 0) \text{ cm}$  con una velocidad  $\vec{v} = -10\vec{i} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . Calcule el vector fuerza que aparece sobre la carga.

### Solución

Para resolver este problema deberemos aplicar la ecuación 6.1 teniendo en cuenta que el campo magnético que actúa sobre la partícula es el que genera el hilo. Su módulo viene determinado por  $B = \mu_0 I / 2\pi d$  y su sentido por la ley de Biot-Savart o por la regla de la mano derecha. Combinando ambas ecuaciones, obtendremos:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} = q\vec{v} \times \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \vec{k} = 1 \cdot 10^{-6} 10(-\vec{i}) \times \frac{\mu_0 1}{2\pi 0,1} \vec{k} = 2 \cdot 10^{-11} \vec{j} \text{ N}$$

4. Dos alambres paralelos y rectilíneos separados una distancia  $d$ , transportan intensidades de corriente  $I_1$  e  $I_2$  en el mismo sentido. Calcular la relación entre las fuerzas magnéticas que uno ejerce sobre el otro, es decir,  $F_{12}/F_{21}$ .

### Solución

Para resolver este problema deberemos hacer uso de la ecuación (6.2), la cual una vez integrada y particularizada para el caso de la fuerza que el conductor 1 ejerce sobre el 2 nos queda

$$\vec{F}_{12} = I_2 \vec{l} \times \vec{B}_1$$

donde  $\vec{B}_1$  es el campo magnético que la corriente 1 genera en los puntos del espacio donde está el hilo 2. Este campo vendrá dado por la ecuación:

$$B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

donde únicamente hemos calculado el módulo del campo. En este caso al ser los hilos paralelos, el campo magnético que genera cada uno de

los hilos es perpendicular a la corriente del otro hilo de modo que el módulo de la fuerza  $F_{12}$  es:

$$F_{12} = I_2 l \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$$

Procediendo de forma análoga podemos obtener la fuerza que el conductor 2 ejerce sobre el conductor 1,  $F_{21}$

$$F_{21} = I_1 l \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$$

con lo que obtenemos que la relación que buscábamos  $F_{12}/F_{21} = 1$ .

El resultado es una solución lógica si tenemos en cuenta la 3ª Ley de Newton.

5. Un protón (carga  $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C y masa  $m = 1,7 \cdot 10^{-27}$  kg) se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de  $\Delta V = 1000$  V. Posteriormente entra en una región donde hay un campo magnético uniforme de magnitud  $B = 0,9$  T perpendicular a su velocidad. Calcular la velocidad del protón en esta región y el radio de su trayectoria circular.

### **Solución**

La diferencia de potencial en el espacio lleva asociada una diferencia en la energía potencial del protón. Como el campo eléctrico es un campo conservativo podemos aplicar el principio de conservación de la energía. De este modo, la pérdida de energía potencial se transforma en energía cinética.

$$\Delta U = q\Delta V = \frac{1}{2}mv^2$$

Despejando la velocidad de la ecuación anterior obtenemos:

$$v = \sqrt{\frac{2q\Delta V}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 1,6 \cdot 10^{-16}}{1,7 \cdot 10^{-27}}} = 433,86 \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Para calcular el radio de la trayectoria circular que describirá el protón una vez que entre en la región del espacio en la que está definido el campo magnético, simplemente debemos sustituir los datos en la ecuación (6.4):

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 433,86 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,9} = 5,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

6. Se lanza un electrón desde el reposo hasta alcanzar una velocidad  $v = 10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  (que dibujaremos en el papel hacia la derecha) en una región donde hay un campo magnético  $B = 10^{-2} \text{ T}$  constante perpendicular a la velocidad del electrón (que dibujaremos hacia dentro del papel).

- a) Calcular el módulo de la fuerza que actúa sobre el electrón indicando su dirección y sentido. Calcular el radio de la trayectoria descrita por el electrón.
- b) ¿Cuál es la variación de potencial que habrá experimentado ese electrón antes de entrar en dicha región para pasar del reposo a la velocidad  $v = 10^3 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ?

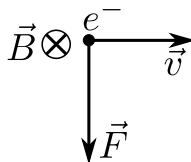
Datos:  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

### Solución

- a) Para calcular el módulo de la fuerza que actuará sobre el electrón deberemos aplicar ecuación de la fuerza de Lorentz (6.1), teniendo en cuenta que el enunciado nos dice que  $\vec{v}$  y  $\vec{B}$  son perpendiculares:

$$|\vec{F}| = |q\vec{v} \times \vec{B}| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} = 1,6 \cdot 10^{-15} \text{ N}$$

Para dibujar la fuerza  $\vec{F}$  simplemente deberemos aplicar la regla de la mano derecha, y tener en cuenta que la carga del electrón es negativa, con lo que obtenemos el dibujo que se presenta a continuación:



Este dibujo es válido únicamente para el instante inicial en el que el electrón entra en la región donde hay campo magnético. Una vez que el electrón avance en esa región, debido a la fuerza que hemos

representado anteriormente, el electrón comenzará a describir una trayectoria circular y la fuerza  $\vec{F}$  cambiará su dirección y sentido, apuntando siempre hacia el centro de la trayectoria circular.

Otra opción sería expresar los vectores en un sistema de referencia cartesiano. De este modo, podríamos considerar que en el instante inicial el electrón se mueve según la dirección positiva del eje  $x$  y por lo tanto el vector velocidad lo podemos describir como  $\vec{v} = v\vec{i}$ . Con esta asignación el campo magnético lo podemos escribir como  $\vec{B} = -B\vec{k}$  y la ecuación (6.1) nos quedará:

$$\vec{F} = -1,6 \cdot 10^{-19} v B (\vec{i} \times -\vec{k}) = -1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 10^6 \cdot 10^{-2} (\vec{i} \times -\vec{k})$$

$$\vec{F} = -1,6 \cdot 10^{-15} \vec{j} \text{ N}$$

- b) La única fuerza que actúa sobre el electrón es la fuerza generada por el campo eléctrico, que está relacionado con la diferencia de potencial que nos pregunta el problema. Como ya hemos comentado, el campo eléctrico es un campo conservativo y por lo tanto la ganancia de energía cinética se debe a una pérdida de energía potencial o, lo que es lo mismo,  $\Delta E_c = -\Delta U$ . Dado que nos dicen que el electrón parte del reposo y acaba teniendo una velocidad  $v = 10^6 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ , obtenemos:

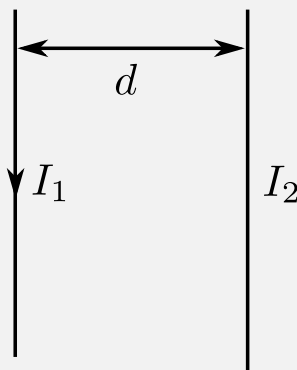
$$\Delta E_c = 4,55 \cdot 10^{-19} = -q\Delta V = 1,6 \cdot 10^{-19} \Delta V$$

$$\Delta V = 2,84 \text{ V}$$

La diferencia de potencial positiva confirma que el electrón se dirige de forma espontánea a una región con mayor potencial eléctrico. Al ser la carga negativa, esto se corresponde con zonas de menor energía potencial.

7. Disponemos de dos cables rectilíneos infinitos paralelos separados una distancia  $d = 4 \text{ cm}$ , dispuestos tal y como se muestra en la figura. Se sabe que la corriente  $I_1$  vale  $1 \text{ A}$ , y que en el punto medio entre ambos conductores el campo es  $B = 1 \text{ } \mu\text{T}$  dirigido hacia dentro del papel. Determine:

- El sentido y el valor de la corriente  $I_2$ .
- ¿En qué punto del espacio se anula el campo magnético?
- ¿Qué fuerza por unidad de longitud ejerce un conductor sobre el otro? ¿Se atraen o se repelen?

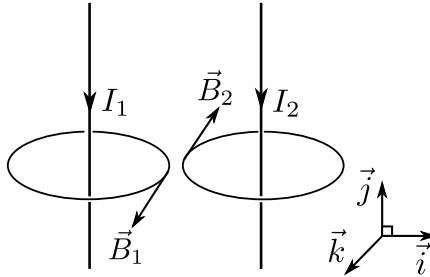


### Solución

- a) Lo primero que debemos averiguar es el campo magnético generado por la corriente  $I_1$  ( $\vec{B}_1$ ), para lo cual deberemos hacer uso de la ecuación (5.8) para calcular el módulo de dicho campo magnético y tener en cuenta la regla de la mano derecha para determinar su sentido.

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi \cdot 0,02} = \frac{4\pi 10^{-7} \cdot 1}{2\pi \cdot 0,02} = 1 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

y con sentido apuntando hacia fuera del papel.



Nos dice el enunciado que el campo total es  $1 \mu\text{T}$  dirigido hacia dentro del papel, por lo tanto el campo  $\vec{B}_2$  deberá ser capaz de anular el campo  $\vec{B}_1$  y además generar  $1 \mu\text{T}$  extra hacia dentro del papel para que el campo total sea el que nos dice el enunciado (tomamos el eje  $z$  positivo hacia fuera del papel como se muestra en la figura). De este modo,

$$\vec{B}_1 + \vec{B}_2 = -1 \cdot 10^{-6} \vec{k}$$

Proyectamos y obtenemos:

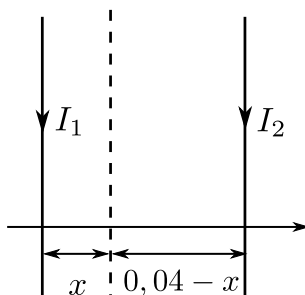
$$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \cdot 0,02} = B_1 + 1 \cdot 10^{-6} = 1 \cdot 10^{-5} + 1 \cdot 10^{-6} = 1,1 \cdot 10^{-5} \text{ T}$$

Resolviendo la ecuación anterior, obtenemos  $I_2 = 1,1 \text{ A}$  y su sentido será el mismo que el de  $I_1$  de acuerdo con la regla de la mano derecha.

- b) Aunque se pregunta por el punto en el que se anula el campo magnético, en realidad se anulará en toda la línea de puntos paralela a los hilos conductores que esté a una determinada distancia de ellos. Basándonos en la regla de la mano derecha, podemos deducir que esta línea deberá estar en la región que hay entre ambos conductores, pues es la única región en la que los campos generados por ambos hilos tienen sentidos opuestos.

Una vez que sabemos la región en la que debemos buscar el punto, únicamente deberemos exigir que el módulo de ambos campos sea el mismo. Si denominamos  $x$  a la distancia entre la línea que buscamos y el conductor 1, la condición anterior queda expresada como:

$$|\vec{B}_1| = |\vec{B}_2| \rightarrow \frac{\mu_0 I_1}{2\pi x} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(0,04 - x)} \rightarrow x = 0,019 \text{ m}$$



- c) Para calcular la fuerza por unidad de longitud que un conductor realiza sobre el otro deberemos aplicar la ecuación  $\vec{F}_1 = I_1 \vec{l} \times \vec{B}_2$  donde calculamos el campo  $B_2$  en el lugar en el que se encuentra la corriente  $I_1$ :

$$\frac{F_1}{l} = I_1 \cdot B_2 \rightarrow \frac{F_1}{l} = \frac{\mu_0 I_2 I_1}{2\pi \cdot 0,04} = 5,5 \cdot 10^{-6} \text{ N} \cdot \text{m}^{-1}$$

Para determinar el sentido de la fuerza podemos fijarnos en la fuerza que el conductor 1 realiza sobre el 2. Aplicando la regla de la mano derecha, el conductor 1 genera un campo magnético en la región del espacio donde se encuentra el conductor 2 que apunta hacia fuera del papel. Si ahora multiplicamos vectorialmente este campo magnético por la corriente  $I_2$  que apunta hacia abajo, obtenemos que la fuerza obtenida irá dirigida hacia la derecha, es decir ambos conductores se atraen.

Otra opción consiste en aplicar directamente el producto vectorial usando el sistema de referencia definido en la pregunta a). Tenemos  $\vec{B}_2 = -B_2 \vec{k}$  y  $I_1 \vec{l} = -l I_1 \vec{j}$ . Se deduce del producto vectorial:  $\vec{F}_1 = l I_1 \cdot B_2 (-\vec{j} \times -\vec{k}) = l I_1 B_2 \vec{i}$

8. Un protón (carga  $q = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$  y masa  $m = 1,7 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$ ) se acelera desde el reposo mediante una diferencia de potencial de  $|\Delta V| = 1000 \text{ V}$ . Después entra en una región donde hay un campo magnético de  $B = 0,9 \text{ T}$  perpendicular a su velocidad. Calcular la velocidad del protón en esta región y el radio de su trayectoria circular.

### Solución

Para calcular la velocidad del protón deberemos aplicar el principio de conservación de la energía.

$$E_{m0} = E_{mf} \rightarrow q_e V_0 = \frac{1}{2} m v_f^2 + q_e V_f \rightarrow q_e |\Delta V| = \frac{1}{2} m v_f^2$$

$$v_f = \sqrt{\frac{2 q |\Delta V|}{m}} = 433,86 \cdot 10^3 \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$$

Observe el lector que en el enunciado se dice diferencia de potencial  $|\Delta V| = 1000 \text{ V}$ , ya que en este caso la diferencia de potencial en realidad es  $\Delta V = -1000 \text{ V}$ , pues para que una partícula de carga positiva se acelere la diferencia de potencial tiene que ser negativa (la carga positiva se mueve espontáneamente hacia las regiones de potencial bajo ya que su energía potencial es menor).

Para calcular el radio de la trayectoria aplicaremos la ecuación (6.4)

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{1,7 \cdot 10^{-27} \cdot 433,86 \cdot 10^3}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 0,9} = 5,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

9. Una partícula de carga  $q = 10 \mu\text{C}$  y masa  $m = 1 \cdot 10^{-9} \text{ kg}$  se acelera en un campo eléctrico hasta obtener la velocidad  $\vec{v} = 100\vec{i} \text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$ . La partícula entra a continuación en una región donde existe un campo magnético  $\vec{B} = 0,1\vec{j} \text{ T}$ .

- Calcular el radio de la trayectoria.
- ¿En qué plano se sitúa la trayectoria?
- ¿Cuál es el periodo del movimiento?

### Solución

- a) Para obtener el radio de la trayectoria debemos sustituir los valores numéricos que nos proporciona el enunciado en la ecuación del radio de la trayectoria de la partícula

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{1 \cdot 10^{-9} \cdot 100}{10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1} = 0,1 \text{ m}$$

- b) Recordemos que la fuerza que actúa sobre una partícula puntual cuando se mueve en una región del espacio en la que hay un campo magnético viene dada por:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$$

Por lo tanto, como la fuerza es perpendicular tanto al campo magnético como a la velocidad, la partícula se situará en el plano  $xz$ .

- c) Se aplica la ecuación que relaciona el período con los parámetros del problema:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi \cdot 1 \cdot 10^{-9}}{10 \cdot 10^{-6} \cdot 0,1} = 6,28 \cdot 10^{-3} \text{ s}$$

10. Por un solenoide largo de 1000 espiras y de longitud 10 cm circula una corriente continua de 5 A.

- a) Calcular el campo magnético en el interior del solenoide.
- b) ¿Cuál sería el módulo de la fuerza sobre una carga inmóvil en su interior?

### Solución

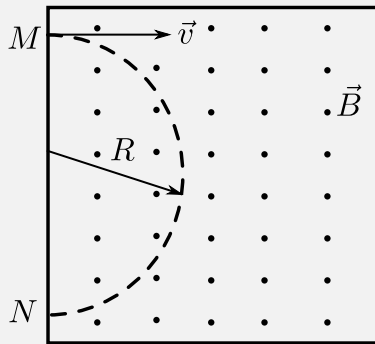
- a) Para calcular el campo magnético en el interior del solenoide aplicaremos la ecuación (5.6), para lo cual lo primero que debemos calcular es la densidad de espiras  $n$ . Con los datos del problema  $n = N/l = 1000/0,1 = 10^4 \text{ espiras} \cdot \text{m}^{-1}$ .

$$B = \mu_0 n I = 4\pi 10^{-7} \cdot 10^4 \cdot 5 = 0,063 \text{ T}$$

- b) La fuerza resultante sobre una partícula cargada viene dada por la ecuación (6.1), pero en este caso nos dicen que la partícula está en reposo, es decir,  $v = 0$ , por lo tanto la fuerza es nula.

11. Una partícula cargada de masa  $m$ , penetra por el punto  $M$  perpendicularmente en un campo magnético uniforme  $B$  (que sale del papel) y tras describir media circunferencia de radio  $R$  sale por el punto  $N$ , ver figura. La partícula tarda  $t$  segundos en ir de  $M$  a  $N$ . Justifique si son ciertas o no las siguientes afirmaciones:

- El valor absoluto de la carga de la partícula es  $q = m\pi/Bt$ .
- La carga de la partícula es negativa.
- La energía cinética de la partícula en  $N$  es mayor que en  $M$ .



### Solución

- a) El valor absoluto de la carga de la partícula es  $q = m\pi/Bt$ . **VERDADERO.**

Para demostrarlo simplemente debemos combinar las ecuaciones del radio  $R = mv/qB$  y periodo  $T = 2\pi m/(qB)$ , teniendo en cuenta que en este caso la partícula no describe una circunferencia completa sino media, por lo que el tiempo  $t$  que nos da el enunciado no es el periodo, sino el semiperiodo.

- b) La carga de la partícula es negativa. **FALSO.**

Si la partícula fuese negativa la fuerza magnética  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$  resultaría en sentido opuesto (apuntaría hacia arriba) y por lo tanto la trayectoria llevaría sentido antihorario.

- c) La energía cinética de la partícula en  $N$  es mayor que en  $M$ . **FALSO**

La fuerza magnética que actúa sobre una partícula que se desplaza viene dada por  $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ . Por lo tanto, es perpendicular a la

velocidad de la propia partícula lo que nos lleva a que al aplicar la definición de trabajo ( $dW = \vec{F} \cdot d\vec{r} = \vec{F} \cdot \vec{v} dt$ ) obtenemos que el trabajo realizado es nulo (producto escalar de dos vectores perpendiculares).

12. Se lanza un electrón con una velocidad  $\vec{v} = 10^4 \vec{i} \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$  en una región donde existe un campo magnético  $\vec{B} = -10^{-2} \vec{k} \text{ T}$  constante.

- Calcular el módulo de la fuerza que actúa sobre el electrón indicando su dirección y sentido.
- Calcular el radio de la trayectoria descrita por el electrón.
- Calcular la energía cinética del electrón a su entrada en el campo.
- ¿Cuál es la variación de potencial que habrá experimentado ese electrón antes de entrar en dicha región para pasar del reposo a una velocidad  $v = 10^4 \text{ km} \cdot \text{s}^{-1}$ ?

Datos:  $q_e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$ ,  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ .

### Solución

- a) Para calcular la fuerza magnética que actúa sobre el electrón simplemente tenemos que calcular la fuerza de Lorentz, teniendo en cuenta que el vector velocidad y el campo magnético son perpendiculares.

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow |\vec{F}| = 1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^7 \cdot 1 \cdot 10^{-2} = 1,6 \cdot 10^{-14} \text{ N}$$

En el instante en el que entra en la región donde está definido el campo magnético, la dirección de la fuerza será vertical y el sentido vendrá determinado por el producto vectorial  $\vec{v} \times \vec{B} = v\vec{i} \times (-B\vec{k})$ . En este caso el producto vectorial lleva sentido hacia arriba, pero como la partícula es un electrón y tiene carga negativa la fuerza total llevará sentido hacia abajo. En instantes posteriores, la fuerza cambiará de orientación al ser un movimiento circular uniforme.

- b) Para calcular el radio debemos sustituir los datos numéricos en la ecuación del radio de la trayectoria:

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{9,1 \cdot 10^{-31} \cdot 1 \cdot 10^7}{1,6 \cdot 10^{-19} \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 5,68 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

c) La energía cinética del electrón vendrá dada por:

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}9,1 \cdot 10^{-31} (1 \cdot 10^7)^2 = 4,55 \cdot 10^{-17} \text{ J}$$

d) Para esta última pregunta deberemos tener en cuenta el principio de conservación de la energía. La energía mecánica del electrón tiene que permanecer constante en la región en la que se le aplica la diferencia de potencial, de este modo:

$$E_{m0} = E_{mf} \rightarrow E_{c0} + E_{p0} = E_{cf} + E_{pf}$$

$$\frac{1}{2}mv_0^2 + q_e V_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + q_e V_f$$

Como el enunciado nos dice que el electrón parte del reposo,  $v_0 = 0$ .

$$q_e V_0 = \frac{1}{2}mv_f^2 + q_e V_f$$

$$q_e (V_0 - V_f) = -q_e (V_f - V_0) = -q_e \Delta V = \frac{1}{2}mv_f^2$$

Si sustituimos por sus valores numéricos

$$\Delta V = 284,37 \text{ V}$$

13. Un haz de electrones pasa, sin ser desviado de su trayectoria rectilínea, a través de una región del espacio en la que hay un campo eléctrico y otro magnético, mutuamente perpendiculares. El campo eléctrico está producido por dos placas metálicas paralelas situadas a ambos lados de la trayectoria, separadas 1 cm y conectadas a una diferencia de potencial de 80 voltios. El campo magnético tiene una intensidad  $B = 2 \cdot 10^{-3} \text{ T}$ . A la salida de las placas, el campo magnético sigue actuando perpendicularmente a la trayectoria del haz, y observamos que esta se curva convirtiéndose en una trayectoria circular de 1,14 cm de radio.

- Hallar la razón carga/masa de los electrones.
- Calcular el tiempo que cada electrón invierte en recorrer una circunferencia completa.

### **Solución**

- a) Lo primero que nos dice el enunciado es que el haz de electrones pasa sin ser desviado por una región en la que hay un campo eléctrico y otro magnético. Esto nos indica que la suma de las fuerzas que actúan sobre los electrones debe ser nula,  $\vec{F}_e + \vec{F}_m = 0$ . Por lo tanto ambas fuerzas deberán tener igual módulo y sentidos opuestos. Igualando los módulos de ambas fuerzas obtenemos una relación entre el módulo del campo eléctrico y el módulo del campo magnético.

$$|\vec{F}_e| = |q\vec{E}| = |-\vec{F}_m| = q\vec{v} \times \vec{B} \rightarrow E = v B$$

Para generar el campo eléctrico entre las placas se nos dice que la diferencia de potencial entre dichas placas es 80 voltios y que tienen una separación de 1 cm, asumiendo el campo uniforme tenemos:

$$\Delta V = - \int_0^d \vec{E} \cdot d\vec{l} \rightarrow E = \frac{\Delta V}{d} = 8000 \text{ V}\cdot\text{m}^{-1}$$

Finalmente, dado que a la salida de las placas el haz de electrones describe una trayectoria circular de radio 1,14 cm, si hacemos uso de la ecuación del radio de la trayectoria  $R = mv/qB$ , podemos deducir la relación carga/masa que se nos pide teniendo en cuenta las relaciones obtenidas anteriormente.

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mE}{|q|B^2} = \frac{m\Delta V}{|q|B^2d} \rightarrow \frac{|q|}{m} = \frac{\Delta V}{R B^2d} = 1,75 \cdot 10^{13} \text{ C}\cdot\text{kg}^{-1}$$

- b) Para calcular el periodo de los electrones debemos aplicar la ecuación que relaciona el periodo con las magnitudes del problema:

$$T = \frac{2\pi m}{qB} = \frac{2\pi R B d}{\Delta V} = 1,79 \cdot 10^{-10} \text{ s}$$

14. En una cavidad de sección rectangular generamos un campo magnético y un campo eléctrico perpendiculares entre sí. A la entrada de la cavidad incide un flujo de iones de masa  $m$  y carga  $q$  positiva con velocidades  $v_i$  distintas para cada ión.

- a) Escribir la fuerza que se ejerce sobre cada ión cuando entra en la cavidad.
- b) Determinar la velocidad de los iones que pasarán a través de la cavidad sin desviarse del eje.

### Solución

- a) En este caso cuando un ión entre en la cavidad experimentará dos fuerzas, la fuerza producida por el campo eléctrico  $\vec{F}_e = q\vec{E}$  y la producida por el campo magnético  $\vec{F}_m = q\vec{v}_i \times \vec{B}$ , por lo tanto la fuerza total que se ejerce sobre cada ión será:

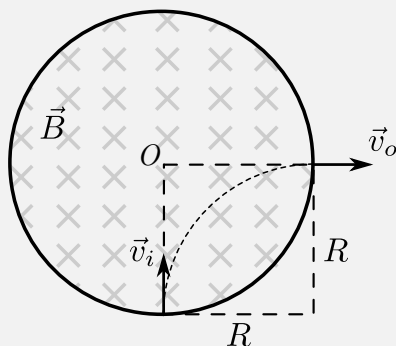
$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v}_i \times \vec{B}$$

- b) Para que un ión no se desvíe la fuerza total debe ser nula, o lo que es lo mismo la  $\vec{F}_e$  y la  $\vec{F}_m$  deben tener igual módulo y misma dirección, pero sentidos opuestos. El enunciado nos dice que los campos eléctrico y magnético son perpendiculares, por lo que deberemos suponer que llevan el sentido necesario para que las fuerzas que generan tengan sentido opuesto (si no este problema no tendría sentido). Una vez que se cumple la condición anterior solo debemos exigir que ambas fuerzas tengan el mismo módulo:

$$|\vec{F}_e| = |\vec{F}_m| \rightarrow q|\vec{E}| = q|\vec{v}_i \times \vec{B}| \rightarrow v_i = \frac{E}{B}$$

15. Se dispone de un solenoide largo con densidad de espiras  $n = 2000$  espiras por metro y radio  $R = 1$  m. Desde la sección inferior del solenoide disparamos partículas con carga negativa  $q = -1 \mu\text{C}$  hacia el eje central del solenoide siguiendo el radio de la sección transversal. Si las partículas entran en la sección con una energía  $E_0 = 1 \cdot 10^{-6}$  J y suponiendo que el campo es uniforme en todo el interior del solenoide, calcule:

- La velocidad de entrada para partículas de masa  $m_p = 1 \cdot 10^{-10}$  kg.
- La corriente del solenoide si deseamos que las partículas salgan con una dirección perpendicular a la dirección de entrada tal y como se muestra en la figura.



### Solución

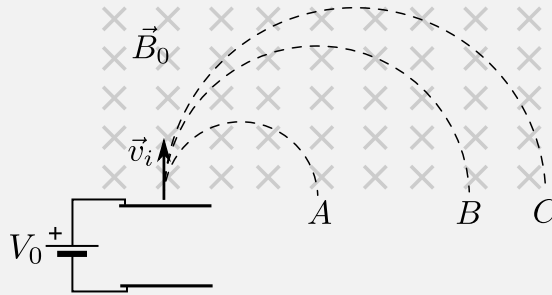
- Para calcular la velocidad de entrada de las partículas, simplemente debemos aplicar la definición de energía cinética.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 10^{-6}}{1 \cdot 10^{-10}}} = 141,42 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

- Para que las partículas salgan tal y como se muestra en la figura, deberán describir una trayectoria circular de radio  $R = 1$  m. Por lo tanto, debemos aplicar la ecuación del radio  $R = mv/qB$ , donde el campo magnético de un solenoide largo vendrá dado por la ecuación  $B = \mu_0 nI$ . El hecho de que la partícula sea negativa solo influye en la dirección de salida de la partícula, por lo tanto, utilizaremos el valor absoluto de la carga.

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{mv}{|q|\mu_0 nI} \rightarrow I = \frac{mv}{|q|\mu_0 nR} = 5,63 \text{ A}$$

16. Participamos en un juego en el que debemos disparar partículas cargadas en una zona y recuperarlas en otra. Disponemos de dos controles para alcanzar el objetivo: la tensión  $V_0$  que nos permite acelerar las partículas y  $B_0$  el valor del campo magnético que consideraremos uniforme en la zona de juego y perpendicular a la trayectoria en todo momento. Existen tres salidas posibles: A, B y C, y en cada nueva fase del juego se pide alcanzar una salida diferente. Las salidas se encuentran a 2, 10 y 20 cm de la puerta de entrada de las cargas eléctricas respectivamente.



El jugador dispone de un panel con un número finito de valores de  $V_0$  y  $B_0$ , se debe buscar una combinación adecuada de ambos para alcanzar el objetivo. Se dan los valores posibles en el cuadro siguiente, siendo posibles combinaciones de cualquiera de los valores:

|       |      |       |       |
|-------|------|-------|-------|
| $V_0$ | 64 V | 100 V | 400 V |
| $B_0$ | 1 mT | 10 mT | 50 mT |

Datos:  $m/q = \frac{1}{2} \cdot 10^{-10} \text{ kg} \cdot \text{C}^{-1}$

- Determinar la velocidad inicial con la que entra la partícula en la zona del campo en función de  $V_0$ .
- ¿Cuál es el radio de curvatura de la trayectoria de la partícula en función de  $V_0$  y  $B_0$ ?
- ¿Qué valores de  $V_0$  y  $B_0$  permiten alcanzar las salidas A, B y C?

### Solución

- a) En este apartado deberemos tener en cuenta que la fuerza que actúa es la fuerza eléctrica, la cual es conservativa; por lo tanto, las partículas perderán energía potencial eléctrica y ganarán energía cinética, de modo que su energía mecánica total permanecerá constante.

$$E_m = \frac{1}{2}mv_i^2 + qV_i = \frac{1}{2}mv_f^2 + qV_f$$

Si consideramos que  $v_i = 0$  y que  $V_i = 0 \rightarrow V_f = V_0$ .

$$v_f = \sqrt{\frac{2qV_0}{m}}$$

- b) Para calcular el radio de curvatura en función de  $V_0$  y  $B_0$ , debemos aplicar la ecuación del radio de la trayectoria de una carga en un campo magnético teniendo en cuenta la expresión de la velocidad obtenida en el apartado anterior.

$$R = \frac{mv}{|q|B} = \frac{m\sqrt{\frac{2qV_0}{m}}}{|q|B} = \sqrt{\frac{2mV_0}{q}} \frac{1}{B}$$

- c) Finalmente, para ver qué combinación ( $V_0$ ,  $B_0$ ) se corresponde con cada salida debemos ir sustituyendo por los valores numéricos que nos da el enunciado. De este modo obtenemos (unidades en  $m$ ):

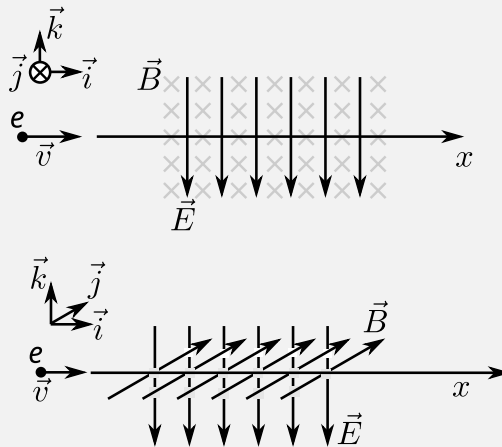
| $B_0 \backslash V_0$ | 64 V   | 100 V | 400 V |
|----------------------|--------|-------|-------|
| 1 mT                 | 0,08   | 0,1   | 0,2   |
| 10 mT                | 0,008  | 0,01  | 0,02  |
| 50 mT                | 0,0016 | 0,002 | 0,004 |

Podemos ahora seleccionar en la tabla los valores de  $V_0$  y  $B_0$  para alcanzar las salidas  $A$ ,  $B$  y  $C$ .

17. Un cañón de electrones dispara electrones en la dirección  $\vec{i}$  con una energía cinética  $E_c$ . A continuación entran en una zona donde coexisten un campo eléctrico  $\vec{E} = -E_0\vec{k}$  y un campo magnético  $\vec{B} = B_0\vec{j}$  (siendo  $E_0$  y  $B_0$  cantidades positivas expresadas en el S.I.).

- Calcular el vector fuerza que actúa sobre los electrones cuando entran en la zona donde coexisten ambos campos.
- ¿Qué energía deben tener los electrones para pasar por la zona con campos sin desviarse del eje  $x$ ?
- Los electrones que no se desvían impactan sobre átomos de hidrógeno cuya energía de ionización es 25 eV. Calcular la relación entre  $E_0$  y  $B_0$  para que los electrones puedan ionizar el hidrógeno.

Datos :  $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$  kg,  $q_e = -1,6 \cdot 10^{-19}$  C.



### Solución

- Cuando los electrones entren en la zona en la que existen ambos campos la fuerza que experimentarán será la suma de la fuerza generada por el campo eléctrico  $\vec{F}_e$  y la generada por el campo magnético,  $\vec{F}_m$ . Por lo tanto:

$$\vec{F} = \vec{F}_e + \vec{F}_m = q\vec{E} + q\vec{v} \times \vec{B} = -qE_0\vec{k} + qv\vec{i} \times B_0\vec{j} \text{ N}$$

donde  $v$  es la velocidad de los electrones y que podemos deducir del valor de su energía cinética.

$$E_c = \frac{1}{2}mv^2 \rightarrow v = \sqrt{\frac{2E_c}{m}} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

Si combinamos ambas ecuaciones obtenemos la fuerza total que nos piden

$$\begin{aligned}\vec{F} &= -qE_0\vec{k} + q\sqrt{\frac{2E_c}{m}}\vec{i} \times B_0\vec{j} = -qE_0\vec{k} + q\sqrt{\frac{2E_c}{m}}B_0\vec{k} = \\ &= \left(-qE_0 + q\sqrt{\frac{2E_c}{m}}B_0\right)\vec{k} \text{ N}\end{aligned}$$

- b) Se nos pide la energía cinética que tienen que llevar los electrones para que no se desvíen, lo que implica  $\vec{F} = \vec{0}$ . Por lo tanto deberemos despejar la energía cinética de la ecuación anterior aplicando que la fuerza total es nula.

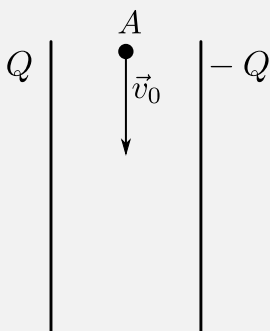
$$0 = qE_0(-\vec{k}) + q\sqrt{\frac{2E_c}{m}}B_0\vec{k} \rightarrow E_c = \left(\frac{E_0}{B_0}\right)^2 \frac{m}{2} \text{ J}$$

- c) Para poder ionizar los átomos de hidrógeno la energía cinética de los electrones deberá ser 25 eV. Teniendo en cuenta que 1 eV =  $1,6 \cdot 10^{-19} \text{ J}$

$$\begin{aligned}E_c &= \left(\frac{E_0}{B_0}\right)^2 \frac{m}{2} = 25 \cdot 1,6 \cdot 10^{-19} = 4 \cdot 10^{-18} \text{ J} \\ \rightarrow \frac{E_0}{B_0} &= 2,96 \cdot 10^6 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{T}^{-1}\end{aligned}$$

18. Un condensador plano formado por dos placas paralelas separadas 4 cm y situado en el vacío, tiene una capacidad de 200 pF. Se carga este condensador mediante una fuente de tensión 200 V. Calcule:

- La energía almacenada en el condensador cuando está completamente cargado.
- El valor del campo eléctrico en el interior del condensador.
- Si un protón ( $m_p = 1,6 \cdot 10^{-27}$  kg,  $q_p = 1,6 \cdot 10^{-19}$  C) penetra por el punto A en el interior del condensador con una velocidad  $v_0 = 2 \cdot 10^5$  m·s<sup>-1</sup> paralela a las placas como muestra la figura, determine el campo magnético (módulo, dirección y sentido) necesario para que el protón realice un movimiento rectilíneo uniforme.



### Solución

- El condensador se carga con una tensión de 200 V, teniendo la capacidad podemos calcular la energía acumulada en su interior:

$$U = \frac{1}{2} C \Delta V^2 = \frac{1}{2} 200 \cdot 10^{-12} \cdot 200^2 = 4 \cdot 10^{-6} \text{ J}$$

- Las placas están separadas 4 cm con una diferencia de potencial de 200 V. Siendo el condensador plano podemos aproximar el campo entre placas por:

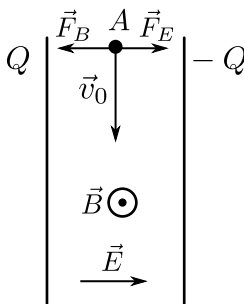
$$E = \frac{\Delta V}{d} = \frac{200}{4 \cdot 10^{-2}} = 5000 \text{ V} \cdot \text{m}^{-1}$$

- Al entrar el protón en la zona entre los planos del condensador, se

ve sometido a una fuerza eléctrica:

$$\vec{F}_e = q_p \vec{E}$$

Si queremos anular esta fuerza para que el protón siga una trayectoria rectilínea podemos añadir un campo magnético perpendicular al campo eléctrico. Debemos determinar su módulo, dirección y sentido.



La fuerza del campo magnético se calcula mediante la siguiente fórmula:

$$\vec{F}_B = q_p \vec{v}_0 \times \vec{B}$$

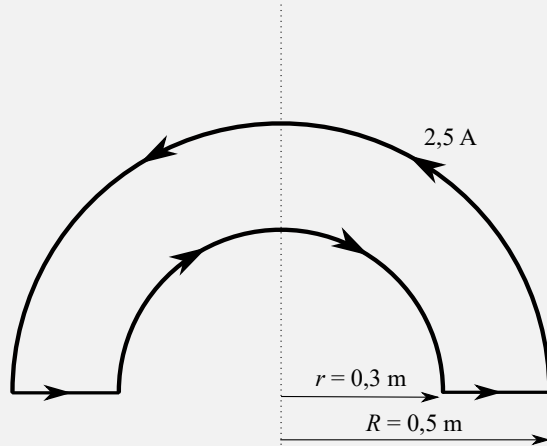
El sentido requerido para el campo magnético para obtener una fuerza contraria al campo eléctrico es perpendicular al campo eléctrico apuntando hacia fuera del papel (ver figura). Para hallar el módulo podemos igualar el módulo de las dos fuerzas:

$$q_p \cdot v_0 \cdot B = q_p \cdot E$$

Obtenemos:

$$B = \frac{E}{v_0} = \frac{5000}{2 \cdot 10^5} = 2,5 \cdot 10^{-2} \text{ T}$$

19. Un alambre por el que circula una corriente de 2,5 amperios se dobla formando una espira tal y como se indica en la figura. Calcule su momento magnético.



### Solución

Para calcular el momento magnético de esta espira aplicaremos la ecuación (6.7)

$$\vec{\mu} = IS\vec{u}_n$$

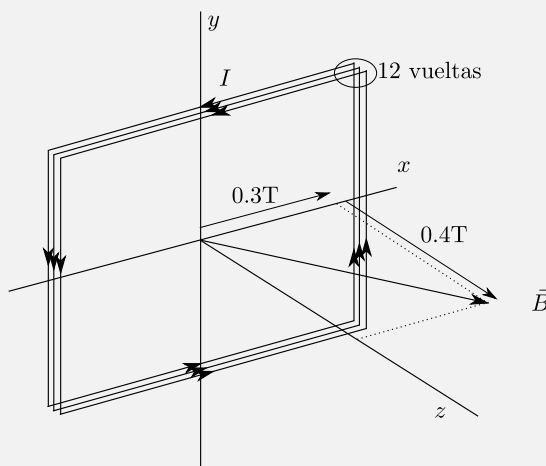
Calculemos primero su módulo

$$\mu = IS = 2,5 \frac{1}{2}\pi(R^2 - r^2) = 2,5 \frac{1}{2}\pi(0,5^2 - 0,3^2) = 0,629 \text{ A}\cdot\text{m}^2$$

Para obtener el sentido del vector aplicaremos la regla de la mano derecha o del sacacorchos. En este caso el vector momento magnético apuntaría hacia nosotros.

20. Por una espira cuadrada de 40 cm de lado y 12 vueltas circula una corriente de 3 amperios tal y como se indica en la figura. La espira está situada sobre el plano  $xy$ . Si en la zona de la espira existe un campo magnético  $\vec{B} = 0,3\vec{i} + 0,4\vec{k}$  T, calcule:

- El momento magnético de la espira.
- El momento o torque que experimentará la espira.
- La energía potencial de la espira.



### Solución

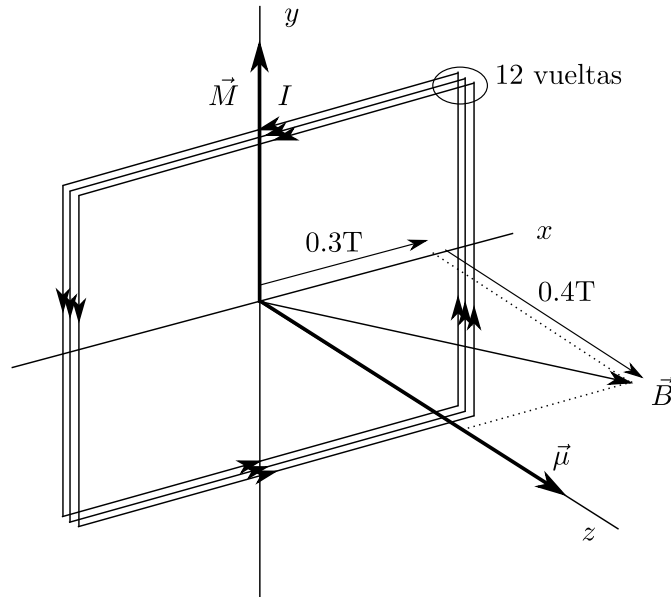
- Para calcular el momento magnético de la espira deberemos aplicar la fórmula (6.7), teniendo en cuenta que al aplicar la regla de la mano derecha al sentido de la corriente en la espira, el vector unitario normal a la superficie de la espira será el vector  $\vec{k}$

$$\vec{\mu} = NIS\vec{u}_n = 12 \cdot 3 \cdot 0,4 \cdot 0,4\vec{k} = 5,76\vec{k} \text{ A}\cdot\text{m}^2$$

- Una vez calculado el momento magnético obtendremos el momento o torque que actúa sobre la espira aplicando la ecuación (6.6):

$$\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = NIS\vec{S} \times \vec{B} = \vec{\mu} \times \vec{B} = 1,728\vec{j} \text{ N}\cdot\text{m}$$

Las magnitudes vectoriales que se han obtenido en ambos apartados se muestran en la siguiente figura:



- c) Para calcular la energía potencial acumulada en la espira aplicaremos la ecuación (6.8)

$$U = -\mu B \cos \theta = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -2,304 \text{ J}$$

Analicemos un poco los resultados que hemos obtenido en este ejercicio. Lo primero que observamos es que el momento,  $(\vec{M})$ , que genera el campo magnético sobre la espira lleva sentido  $+\vec{j}$ , esto nos indica que si aplicásemos las ecuaciones de la dinámica del sólido rígido la espira comenzaría a rotar con una aceleración angular  $\alpha \vec{j}$  haciendo que se alineen los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{\mu}$ . Esta aceleración no es constante e irá modificando su valor en función del ángulo que forman ambos vectores. Una vez que los vectores  $\vec{B}$  y  $\vec{\mu}$  están alineados la energía potencial de la espira será:

$$U = -\vec{\mu} \cdot \vec{B} = -2,88 \text{ J}$$

que es el valor mínimo que puede tomar.

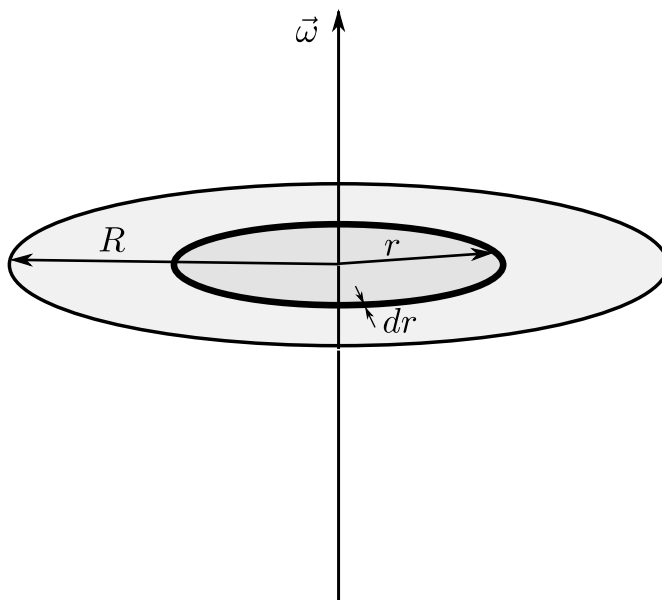
Esto nos indica que de forma espontánea la espira tiende a orientarse en la dirección del campo magnético con el objetivo de minimizar su energía potencial. En ese momento el momento o torque que actúa sobre la espira es nulo  $\vec{M} = \vec{\mu} \times \vec{B} = 0$ .

21. Un disco delgado, no conductor, de masa  $m$  y radio  $R$  tiene una densidad superficial de carga constante de valor  $\sigma$ . El disco rota con una velocidad angular  $\vec{\omega}$  respecto del eje transversal que pasa por su centro. Calcule:

- El campo magnético en el centro del disco.
- El momento magnético de este disco.

### Solución

- Para calcular las magnitudes que nos piden lo primero que vamos a hacer es un dibujo esquemático en el que consideraremos un anillo de radio  $r$  y anchura  $dr$ .



Este elemento diferencial de superficie que hemos definido contiene una carga  $dq$ ,

$$dq = \sigma 2\pi r dr$$

Esta carga gira con velocidad angular  $\omega$  y es equivalente a una espira de radio  $r$  por la que circula una corriente  $dI$ ,

$$dI = \frac{\sigma 2\pi r dr}{T} = \frac{\omega}{2\pi} \sigma 2\pi r dr = \omega \sigma r dr$$

Basándonos en la ecuación (5.3) podemos deducir el campo generado por la corriente que circula por esta espira que hemos definido:

$$dB = \mu_0 \frac{\omega \sigma r dr}{2r} = \mu_0 \frac{\omega \sigma dr}{2}$$

Integrando esta expresión a todo el disco obtendremos la ecuación que se nos pide

$$B = \int_0^R dB = \int_0^R \mu_0 \frac{\omega \sigma dr}{2} = \mu_0 \frac{\omega \sigma R}{2}$$

El sentido del campo magnético lo podemos deducir aplicando la regla de la mano derecha y puesto que el disco rota con una velocidad  $\omega$  tal y como nos indica el dibujo, el campo magnético llevará su mismo sentido.

- b) Para calcular el momento magnético del disco comenzaremos calculando el momento de la espira de radio  $r$  y grosor  $dr$  que hemos señalado en el dibujo. Para ello haremos uso de (6.7), siendo el vector unitario el mismo que el de la velocidad de rotación  $\vec{\omega}$

$$d\vec{\mu} = dIS\vec{u}_\omega = dI\pi r^2\vec{u}_\omega = \omega \sigma r dr \pi r^2 \vec{u}_\omega = \omega \sigma r^3 dr \pi \vec{u}_\omega$$

Ahora ya podemos integrar a todo el disco y obtener el momento magnético que nos piden:

$$\vec{\mu} = \int_0^R d\vec{\mu} = \int_0^R \omega \sigma r^3 dr \pi \vec{u}_\omega = \omega \sigma \pi \frac{R^4}{4} \vec{u}_\omega$$